ISSN 1880-3423

東北学院大学教養学部論集

東北学院大学 教養学部論集

第185号

2020年3月

第一八五号

（二〇二〇・三）

東北学院大学学術研究会

東北学院大学教養学部論集　第185号　2020年3月

目　次

●印の著作は東北学院大学学術研究会のホームページからも読むことができます。
<http://www.tohoku-gakuin.ac.jp/research/journal/committee.html> にて公開中です。
東北学院大学 <http://www.tohoku-gakuin.ac.jp/> から，
研究・産学連携→学術誌→学術研究会（紀要，論集）へとお進み下さい。

東北学院大学学術研究会

執筆者紹介（掲載順）

片　瀬　一　男	（本学教養学部　教授）
高　橋　光　一	（本学　名誉教授）
久　慈　利　武	（本学　名誉教授）
金　　　永　昊	（本学教養学部　准教授）

【論　　文】

機能分化社会における性愛の消滅？

片　　瀬　　一　　男

はじめに

『コンビニ人間』（文藝春秋社）で第 155 回芥川賞（2016 年）を受賞した作家・村田紗耶香に,『消滅世界』（河出書房新社）という逆ユートピア小説がある。この作品世界で「消滅」したのは「性交」である。人工授精が飛躍的に発達した近未来の日本では，皆，人工授精で子どもを産むようになる。生殖と快楽が分離した世界では，性交は過去の人類が行った野蛮な〈交尾〉とされ, 夫婦間のセックスは＜近親相姦＞と呼ばれる。また恋愛や快楽の対象も，生身の人間ではなく，アニメのキャラやフィギャになり，カプセルに入れて持ち運ばれる。

そんな世界で父と母の〈交尾〉で生まれてしまった主人公は，そのことを悩み続け，母親との諍いも絶えない。彼女はやがて夫と結婚し, 性のない清潔で無菌な家族をつくろうとし，実験都市・楽園に移住する。そこでは，全市民がひとつの家族として共同生活をおくり，交代で子どもを作っていく（男性も人工子宮によって妊娠ができる)。子どもはみんなの共有財産として全員が「子供ちゃん」と呼ばれ，すべての大人が親となるという「消滅世界」であった‥‥。

今日，生殖技術は発展し，生身の人間よりも「キャラ」に萌える若者も少なくない。1974 年以来，40 年間にわたって行われてきた「青少年の性行動全国調査」からみても 21 世紀に入って青少年の性行動の不活発化が明らかになってきた（片瀬 2018)。しかもこの不活発化は斉一に進行したのではなく，活発な層と不活発な層への分極化をともなうものであり（高橋 2007，林 2018)，もはや「草食化」（森岡 2008）といった単純な言説では把握できない複雑な様相を呈している。愛も性もその多様性に照準しなければ語ることができなくなった。

本稿では，この錯綜した現代青年の性愛の様相を解きほぐすために，N. ルーマンの『情熱としての愛』におけるコミュニケーション論的な恋愛論をもとに「第 8 回青少年の性行動全国調査」（2017 年）のデータを分析する。それによって後期近代における「愛」が，独自の精神世界をもった個人同士におけるコミュニケーションの不確実性または予測不可能性というアポリアに直面せざるを得なくなった経緯の一端を究明したい。

1. 「青少年の草食化」というメディア・フレーム

1.1. 20 世紀における「感情革命」：ロマンティック・ラブからコンフルエント・ラブへ

A. ギデンズ（Giddens 1992＝1995）によると，20 世紀が「感情革命」の世紀であり，「ロマンティック・ラブ」から「コンフルエント・ラブ」へという愛の形態の変容にともなって，とりわけ女性に性の解放たとえば婚前性交を可能にした。このうち「ロマンティック・ラブ」は，近代初期に成立し，恋愛や結婚を家規範――家の継承や労働力の調達，親族関係の形成などから解放したという点で，男女間の愛情のみにもとづく「純粋な関係性」を準備した。しかし，これは強いモノガミー規範を伴うとともに，同時期に起こった産業革命によって職住分離が進むと，男性が外の職場に働きに出て行き，女性を家族に押し込める働きをした。

これに対して，現代の若い世代では，性別役割意識が解体しているので，「ロマンティック・ラブ」は忌避され，「純粋な関係性」のみにもとづく「コンフルエント・ラブ」が選好されるようになった。ロマンティック・ラブが，「特定の人」との永続的な関係を願うのに対して，コンフルエント・ラブは「特別の関係」が純粋に優先されるので，こうした関係に相応しい相手をその都度，探すことになる。このコンフルエント・ラブのもとで，不平等な男女関係の変革がすすめられ，避妊技術の普及など性的にも男女平等を可能にする社会的・技術的前提が整備されたため，セクシュアリティと生殖が明確に分離された。その結果，生殖をともなわず快楽のみを目的とした「自由に塑形できるセクシュアリティ」（Giddens 1992＝1995）が成立した。これが，20 世紀後半の「親密性の変容」である。こうして，自由な主体としての男女が自らの意思で選択するセクシュアリティが成立した結果，女性のみに純潔を求める「性の二重規準」が解体され，少なからぬ女性が婚前性交を経験するようになった，とされる。

1.2. 21 世紀における青少年の「草食化」

ところが，このギデンズの予想に反して，21 世紀を迎えて，若年層の性行動の不活発化が顕在化し始めた（国立社会保障・人口問題研究 2017，片瀬 2018）。2017 年に実施された第 8 回「青少年の性行動全国調査」もふまえて高校生の性行動（キス・性交）経験率をみても（図 1），2005 年から 17 年にかけて，下降傾向にある。

こうして 2000 年代に入ってからの青少年の性行動の不活発化が生じたことに関して，恋愛や性行動を消極的な若年男性を指して「草食男子」（深澤 2007）または「草食系男子」（森岡 2008）といった表現が使われるようになった。この造語は，少なくとも提唱者の 1 人で

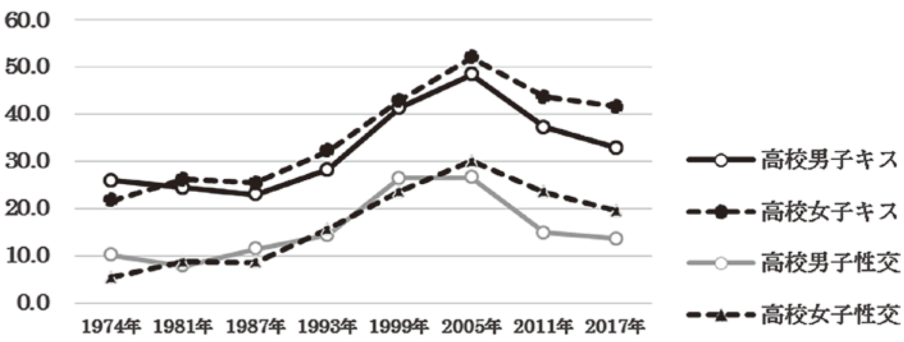


図 1.　高校生の性行動経験率の推移

ある森岡（2008）よれば，従来の男性性すなわち「男らしさ」の呪縛に拘束されず，対等な女性観をもつために, 女性との関係を性的欲望で壊すことを嫌う男性を意味していたという。そこで男子高校生における性別役割意識と性行動の関係を見るために, 第 7 回と第 8 回の「青少年の性行動全国調査」の予備調査として，2010 年と 15 年に同一の高校で全数調査として行われたデータを分析したところ,「男性が女性をリードすべきだ」という意見への賛否は，この 5 年間で男女ともほとんど変わっていない。また，平等化志向の男子ほど性行動をしないという森岡（2008）の見解を検討するために，より男性性を示すと思われる「男性が女性をリードすべきだ」という項目に賛成す者を「男性性志向」，反対する者を「平等化志向」という性別役割類型とし，デート，キス，性交の 3 つの性行動の経験率について 2015 年の男子高校生で比較した（図 2）。

この図からわかるように，男性性志向の者に比べると，平等化志向の者は，性行動が不活発であることが分かる。しかし，両者の差はデート➞キス➞性交と恋愛シークエンスが進行するにつれ，その差は小さくなる。実際，統計的検定をすると，デート経験とキス経験は 5% 水準でみて性別役割類型と有意に関連するが，性交経験では統計的にみて有意な関連にない。したがって，男子の平等化志向が強まったために性行動が不活発化したという「草食化言説」は，恋愛シークエンスの初期には当てはまるが，後期には当てはまらないという限

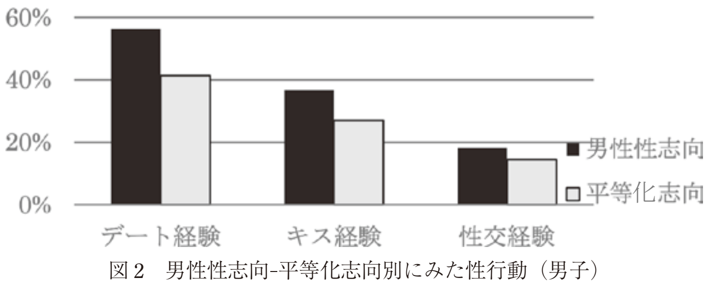


図 2　男性性志向-平等化志向別にみた性行動（男子）

定性をもっている。また先にみたように，そもそも平等化志向の者が増えているわけでもないので，この点でも平等化意識の高まりが性行動の不活発化を生んだとはいいがたい。

1.3.　青少年の性行動の分極化：草食化言説の誤謬

この森岡らの「草食化」言説は，また「青少年の性行動全国調査」の時系列分析からもその根拠が疑われている。たしかに，先の図 1 に示したように，「草食系男子」とよばれるように，性行動に積極的でない男子が増えていることは事実である。高橋（2010）によると，大学生の男子では 1993 年以降, 高校生男子では 1999 年以降, 性交経験率が横ばい状態になっているだけでなく，2005 年の時点では恋人もなく性交経験もない性行動の「不活発層」が，高校生男子では約 3 分の 2，大学生男子では約 3 分の 1 存在するという。また 1999 年から 2005 年にかけて，女子を中心にデート経験やキス経験といった親密性の表出に関連した行動の経験率は増えているのに対して，とくに男子において性的関心や自慰・射精経験といった性的な欲求充足に関連した行動の経験率が低下しているという。しかし，2005 年調査の分析結果（高橋，2007）からみる限り，斉一的な性行動の不活発化が生じているのではなく。「性行動の分極化」とも呼ぶべき現象が生じている。実際，性的関心と性交経験の組み合わせから，高橋（2007）は，1990 年代以降は性的関心も性交経験もある高校生と，性的関心も性交経験のない高校生への分極化が進行することによって，中間的な層が減少してきたことを指摘する[1]。さらに，高橋（2010）は，性行動の不活発な男子と性的関心の弱い男子，男らしさにこだわらない男子は，ある程度オーバーラップするが，携帯電話の普及などにより男女の性別分離の解消が進んできたため，女子との距離が近い男子とは重ならないと推測する。この点では，高橋（2010）によると，「草食系男子」という言説は，部分的には真であるが，全体としては必ずしも当てはまらない「合成の誤謬」によって構築されたものであるという。すなわち，「女子との距離が近いのに性愛に淡泊という合成パターンは，前者の部分で同世代比較を用いながら，後者の部分では年長世代や過去の記憶と比較することで，リアリティを獲得している」（高橋，2010：7）という誤謬に陥っていると結論づけている。

こうしてみると，青少年の性行動の不活発化に端を発する「草食系男子」という言説は，必ずしも現代の青少年の性行動の実態に関しては正鵠を射ているものとは言えない。現在，青少年に起こっているのは性行動の分極化とも呼ぶべき事態であり，またここには示さなかったが大学生の性行動の不活発化は，男子より女子で著しい。性交経験率でみれば，男子ではピーク時の 2005 年 53% から 2017 年の 47% と 6 ポイントの減だが，女子ではピーク時

[1] 同じ傾向は，2011 年調査においても，とりわけ女子について顕著になっている（林 2013)。

の2005年の62%から36%と26ポイントと大幅に減少し，2000年代初頭に縮小した性交経験率の性差が再び拡大しつつある。また性行動の累積経験率を生年世代別に比較した林(2018)も，性行動の不活発化と分極化が女子大学生においてとりわけ進行していることを指摘している。つまり「草食化」が起こったのは,男子よりむしろおいてである。にもかかわらず「草食系男子」とい言説は，性行動を超えて消費や労働（本田ほか，2006）にまで拡大され，例えば1990年代から続いた長期不況で非正規雇用に就労せざるをえなかった若者の自己責任を心理主義的に批判する新自由主義的イデオロギーにさおさすものでもあった。

メディアが伝える若者像と現実の若者の実像の間に少なからぬ乖離がみられるのは，言わばメディアが，都合のよい「メディア・フレーム」によって若者の多様な現象の一部を切り取り,単純化してその時代の若者像を「構築」していることによる。ここでいう「メディア・フレーム」とは，メディアが報道する事実の選択をする際の枠組みであるが，アメリカでは1960年代の若者の異議申し立てがメディアのフレームによって恣意的に歪められて伝えられたことが,当時の運動当事者による長年にわたる研究によって明らかにされている（Gitlin 1987 = 1993)。日本でも，とりわけ1970年代以降は，若者に社会の関心が集まり,「モラトリアム人間」(小此木1978）論をはじめとする心理主義的な若者言説が氾濫し始めた時代でもあった（片瀬2015)[2]。

2. まじめになった青少年？

2.1 学校適応感と性行動

こうして高校生の性行動の不活発化の背景要因を読み解くためには，まず彼らを取り巻く社会環境に目を向けていく必要があろう。尾嶋（2018）はこれまで高校生の性行動を活発化させてきた「生活構造の多チャンネル化」(轟2001）が，スマートフォンなどの普及に伴ってさらに加速されているにもかかわらず，2000年代に入って性行動が不活発化した要因に関して，学校と高校生の関係のあり方に変化が生じている可能性を示唆している。その変化とは，現代の高校生が権威主義・保守主義を媒介に学校種別のいかんを問わず，学校適応を高めていることである。以下では尾嶋・荒牧（2018）にならって学校適応感の高まりを「まじめ」化と操作的にとらえる。「青少年の性行動全国調査」調査では1999〜2011年まで学校

[2] 「草食系男子」について言えば，森岡（2008）の本文では「草食系男子」という用語は一度も使われていない。また本文をよく読む限り，森岡（2008）は現代の男性若年層のもつ男女平等志向や繊細さを記述しているように読める。つまり「草食系男子」という語は,この本の出版元（メディアファクトリー）によって販売戦略としてつけられたものであり，それが独り歩きしただけのことである。この点にも「メディア・フレーム」の奸計を見い出すことができる。

の授業の評価を3段階で聞いているが，図3に示したように，1999年に比べると「楽しくない」は減り,「楽しい」が増える傾向がみられ,高校生の学校適応感が高まったと言える（性差はない）。

なお今回（2017年調査）では「授業」に代えて「学校生活」の評価として4段階で聞いている。評価対象も尺度値も違うので比較は難しいが，図4を見る限り学校適応感はさらに高いレベルにあるように思われる。

では「学校適応」をたかめ,「まじめ」になった高校生は性行動をしなくなったのか。2017年調査の「楽しくない」「どちらかと言えば楽しくない」を合併し，1999年～2005年と同じく学校適応を3段階（「高適応」「中適応」「低適応」）とし，年度別・男女別にキス経験率と性交経験率を集計した。その結果は図5a～図5bに示した。

これらの図からみる限り「まじめ」で学校に適応している高校生ほど性行動が不活発であるとはいえない。むしろ，1999-2005年を中心に学校適応が高いほど性行動経験率が高くっている。ここからみる限り，学校適応を中心とした学校文化へのコミットメントと性行動の活発さといった若者文化へのコミットメントは，背反するものとはいえないだろう。

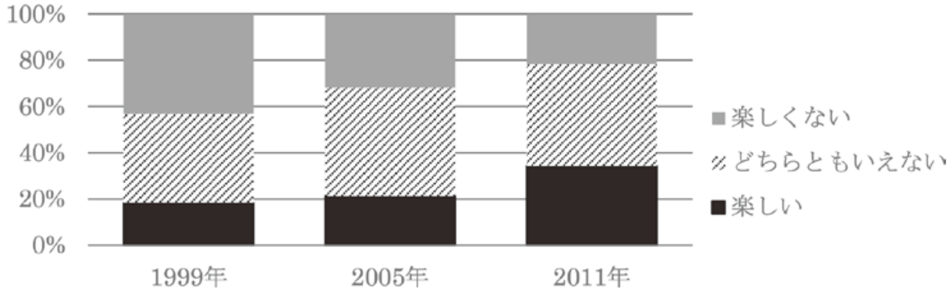


図3　高校生の学校適応の推移

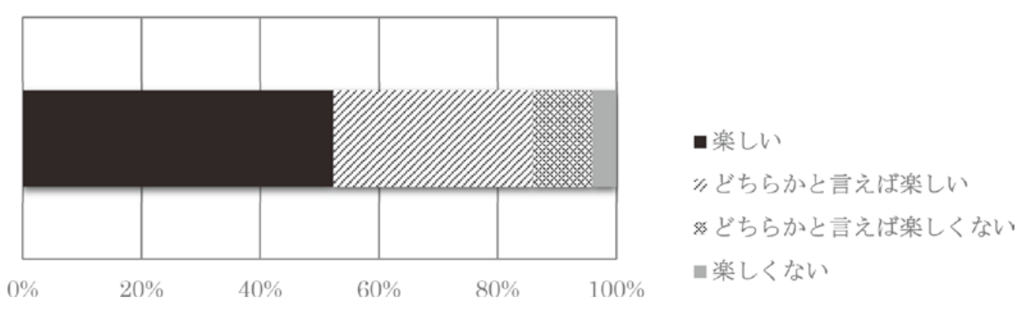


図4 「学校生活」の評価

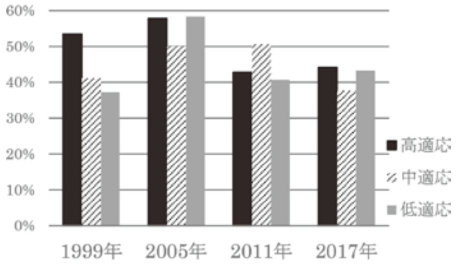


図 5a　学校適応とキス経験（男子）

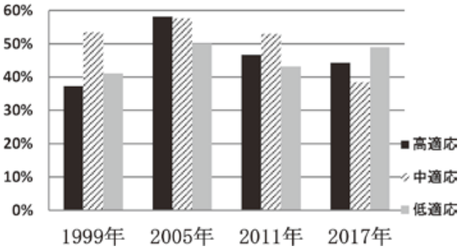


図 5b　学校適応とキス経験（女子）

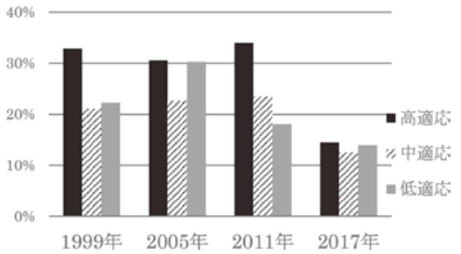


図 5c　学校適応と性交経験（男子）

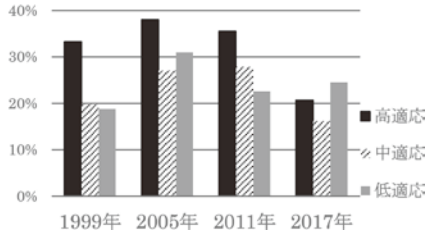


図 5d　学校適応と性交経験（女子）

2.2　学習時間と性行動

上記の結果は，高校生の学校適応感という意識の面から見た性行動とのかかわりであった。実際の高校生の学習時間という点から見るとまた異なる様相が見えてくる。というのも上記の調査期間に文部科学省は学習指導要領を改訂し，いわゆる「ゆとり教育」から「確かな学力」へと舵を切ったからである。すなわち，1982 年の学習指導要領の改訂以来，進められてきた「ゆとり教育」が，いわゆる PISA ショック（2003 年と 06 年に OECD が実施した国際学習到達度テストで日本の生徒の読解力の成績が低迷したこと）などにより，「学力低下」の批判を受け，第一次安倍内閣の教育再生政策のもと「脱ゆとり」の方向に大きく舵を切ったことは知られている。そして「確かな学力」の育成を標榜した学習指導要領が 2013 年度から高校でも完全実施された。これにより教科学習の時間も増えた。先の予備調査の結果をみても，休日の勉強時間が男女とも「2 時間以上」という者が，2010 年から 2015 年にかけて，男子で 29% から 40% へ，女子では 25% から 45% へといずれも増加している（片瀬，2016）。

さらに，2011 年の第 8 回「青少年の性行動全国調査」から，渡辺（2013）は，恋人または恋人以外と性交をする高校生は休日の学習時間が「ない」という者が多く，学習と性行動がトレードオフの関係にあることを明らかにしている。さらに石川（2018）は 2017 年の高

校生と大学生のデータから，休日にまったく勉強しない者はする者に比べて，性交を経験する確率が高校生男子で 2.1 倍，高校生女子で 2.3 倍，また大学生男子で 1.2 倍，大学生女子で 1.3 倍高いことを明らかにした。さらに高校生では，大学への進学を志望する高校生ほど，男女とも性行動の経験率が低いことに加え，性交をしなかった理由として「年齢的に早すぎる」を選択する傾向にあることに注目する。ここから石川（2018）は,「十分な学歴を取得し，安定した収入を得るまでは一人前とは言えない，したがってそれまでは経験できないという意識」が現代の若者にあると推測する。というのも，1990 年代初頭のバブルの崩壊以降，長期不況による若者の就職難（近年は少子化による人手不足のため若年労働市場は好転しつつあるものの）は，とりわけ女性にとっては望まない妊娠による学業やキャリアの中断や断念の懸念のある性行動を忌避する心理を醸成している可能性はある。

先にもみたように，学校適応という意識の面では高校生の「学校適応感」という意識は，かならずしも青少年の性行動の不活発化との関連は明確ではないが，学習時間や進路選択という行動面では高校生の性行動に抑制的に働いているといえるだろう。

3.　コミュニケーション・メディアとしての愛

3.1.　性行動へのコミュニケーション論的アプローチ

このように 21 世紀における青少年の性行動の変容，とりわけ性的関心の低下を伴った性行動の不活発化に関する説明が錯綜してしまうのは，いずれの説明も青少年の意識（性別役割意識の平等化や学校適応感の増大）や行動（学習時間の増加）といった個人属性による説明にとどまっていることにもよると考えられる。

言うまでもなく性行動は原則として男女間の相互作用である。そこで，相互行為としての性行動という観点も取り入れて，コミュニケーション論の枠組みから性行動の不活発化が生じた背景要因を探っていく必要があるだろう。もちろん今回分析しているデータは個人を対象とした調査データであるから，性行動にコミュニケーション論的に接近するにはおのずと限界はある。しかし，「愛」をコミュニケ―ション・メディアとしてとらえ，近代社会における親密な関係性の可能性と困難を探ろうとしているルーマンの「愛」に関する理論的検討は，現代の青少年の性愛のあり方を考察するうえでも示唆を与えると思われる。以下ではまずルーマンの『情熱としての愛』（Luhmann 1982=2005）における「愛」に関する考察をもとに，現代の若者の性行動が不活発化した背景を検討する準備をしていきたい。

3.2.　機能分化社会における相互行為の「ダブル・コンティンジェンシー」

まずルーマンによると，近代社会は，「インパーソナルな関係の拡大とパーソナルな関係の深化」（Luhmann 1982=2005：11-12）によって特徴づけられる。身分制に代表される「階層化社会」から社会のサブシステムが分出した「機能分化社会」へと移行するにしたがって，経済関係に代表されるインパーソナルな社会関係が拡大する。しかしそれにともなって同時に，近代社会ではパーソナルな関係も深化する。機能分化によって社会が複雑化し，行為選択の可能性が増大することで，自己の行為に対する他者の反応の予測が困難で不確実になるからである。したがって，パーソナルな関係は，インパーソナルな関係のように拡大するのではなく深化する。というのもパーソナルな関係が拡大すると，個人は多様な他者からの過剰な期待にさらされるからである[3]。

個人が身分や地位に埋め込まれていた「階層化社会」では，伝統的な道徳によって行為が制御されていたので，行為選択における不確実性は少なかった。しかし，機能分化が進んだ近代社会では，自他ともに行為選択の余地が拡大する。ここから社会的世界の「複雑性」も生じる。ここでいう「複雑性」とは，社会がそのとき現実化されているよりも多くの可能性を有していることを意味する。個人が行為選択を行う場である社会は，何も現在あるような社会である必然性はなく，潜在的には多様な別のあり方であった可能性を秘めている。この複雑性は，相互行為における「ダブル･コンティンジェンシー（二重の偶然性）」をうむ。「ダブル・コンティンジェンシー」とは，相互行為において自己の行為に対して相手がどのような接続行為をするかに関する予測が，行為するうえで決定的に重要であるにもかかわらず，相手の接続行為が予測不可能で不確実であると同時に，相手から見ても同様にこちらの行為が予測不能であるような状況を言う。こうしてどちらからみても，相手にどのような行為をするべきかが不確実であり，しかもそのことを両者が考慮に入れている場合に，相互行為はいかにして可能になるかという問題である（Luhmann 1984=1993：187）[4]。

---

[3]　インパーソナルな関係の拡大と相まってパーソナルな関係が深化した背景には，歴史的に見れば，19 世紀のロマン主義運動があるという。この運動には産業革命以降，進展する社会の「非人間化」＝インパーソナルな関係の拡大に抗して，人間性を回復しようという意図がある。この人間性を象徴するものとして，愛の価値が高められたという。それはアイデンティティも同じである。「アイデンティティ概念は，論理的重要性ではなく，象徴的重要性を有している。アイデンティティ概念によって裏づけられるのは，インパーナルな関係が優勢な社会では，自分自身を統一体であるとして活動しうる場面を見つけ出すことが困難になっている」（Luhmann 1982=2005：254-255」こうして 19 世紀のロマン主義運動によって価値づけられた愛は，この時期，性的関係との結びつきを忌避しながら「恋愛結婚イデオロギー」に結実することになる（三上 2007：96）。

[4]　この概念はもともとパーソンズら（Parsons and Shils 1951=1960：3-60）によって提起されたが，ルーマン（Luhman 1984=1993：163）は「必然性の排除と不可能性の排除」すなわち必然的でもなければ不可能でないものとして把握しなおす。このことは，逆に言えば，偶然性と可能性の間で個人はその行為選択をしているとも言いなおすこともできる。したがって，行為選択は常に不確実で予測不可能な状況でなされることになる。つまり，近代人は世界の別様の可能性という観点から，現にあるものをそれと別様の在り方を考慮しながら相互行為をしていることとして把握しなおしている。

この問題はもともとパーソンズら（Parsons and Shils 1951=1960：3-60）によって，いわゆる「秩序問題」（ホッブス問題）を解く鍵として提起された。この問題に対して，パーソンズ（Parsons1937=1978）は，その主意主義的行為理論において，行為を規制する共通の規範的オリエンテーションが社会化の過程を経て内面化されているので，相互行為の秩序が保たれると考えた。この考え方は，その後の社会システム論や構造機能主義にも，基本的には受け継がれる。

3.3. 「選択」と「動機づけ」を接合するメディアとしての愛

これに対して，ルーマンはこれとは異なる観点からこの問題にアプローチする。この「ダブル・コンティンジェンシー」を縮小させるものは，自己の選択と他者の動機づけを接合するメカニズムである。それは，自己が「選択」することによって同時に相手がその選択へと「動機づけ」られるようなメカニズムであり，ルーマンが「コミュニケーション・メディア」と呼ぶものである。ルーマン（Luhmann 1982=2005：20）にとって，「愛」もまた「感情」ではなく，「コミュニケーション·メディア」なのである[5]。愛は個人の内部にある「感情」ではなく, コミュニケーションを制御する社会的なコードにほかならない。「愛」は自己の「選択」を他者の「動機づけ」と接合することによって，行為選択の不確実性を縮減し，社会関係を安定させるメディアである。自我がその行為において多くの選択肢から 1 つを選択した場合，その選択遂行は他我に「伝達」され，他者によって受容される。この「選択遂行」を他者に媒介し，受容させ，その選択に向けて動機づけることで相互作用は始まる。けれども，自己の選択とそれを受容する他者の「動機づけ」の関係は依然として不確実であり，自己の選択は常に他者によって受容されるとは限らない。この不確実性を縮減する動機づけのメカニズムが「愛」である。それは「愛」の名のもとに自我の「選択」を他者に伝達することで，その選択へと他者を「動機づける」ものである。

これによって「人間の個人的な唯一無二の性質，最終的には…個人のどんな性質でも重要になる社会関係」すなわち「親密な関係」（Luhmann 1982=2005：12，傍点原文）の成立が可能となる。というのも，愛が他我にある選択を受容するよう「動機づける」のは，その選択がもう 1 つの体験メディアである「真理」のように普遍的な妥当性を有するからではなく，

5　ルーマン（Luhmann 1982=2005：25）は社会システムを存立させる「一般化されたメディア」として，愛のほかに貨幣・権力・真理を想定する。このうち，行為メディアにあたるものが貨幣（他我の行為を自我の体験へと接続させるメディア）と権力（他我の行為を自我の行為へと接続させるメディア），体験メディアにあたるものが真理（他我の体験を自我の体験へと接続させるメディア）と愛（他我の体験を自我の行為に接続させるメディア）である。またここでは，行為とは意味選択がそのシステムに帰せられる場合を指し，体験とは意味選択が環境に帰せられる場合を意味している（Luhmann 1984=1993：129）。この区別を敷衍するならば「愛する者は行為し，愛される者は体験する」ということになる。

単に自分が愛する人の選択であるというだけの理由によるからである。同じことは自我による他我の選択の受容の動機づけにも当てはまる。というのも，親密な関係においては，自他が常に「愛している者」と「愛されている者」という役割を交代させ，互いに選択を行うと同時に，それに応答したり，受容しあうことになるになるからである。ここには「愛の再帰性」――すなわち「私自身を愛する者としてまた愛される者として相手から愛され，相手も愛する者としてまた愛される者として私から愛されるということ，つまり自らの感情と相手の感情に呼応すること」（Luhmann 1982=2005：211）がある。われわれは，愛というメディアの規則に従って，自らの感情を形成・表現すると同時に，他者のうちに特定の感情を想定し，他者とのコミュニケーションの帰結への準備も可能にする（Luhmann 1982=2005：20-21）。こうして，機能分化によって社会が複雑化し，他者の行為接続が不確実になるほど，「コミュニケーション・メディア」としての愛の重要性も高まることになる。

他方，愛におけるセクシュアリティの問題については，（Luhmann 1982=2005）の「セクシュアリティの取り込み」という章で論じられている。ただし，近代初頭の「情熱としての愛」を愛の「原型」と措定するルーマンにおいては，たとえばギデンス（Giddns 1992 = 1995）のいう「純粋な関係性」にもとづくロマンティック・ラブ やコンフルエント・ラブとは異なり，愛もセクシュアリティも抑制的なものとしてとらえられている。「セクシュアリティの取り込み」の章では，セクシュアリティの問題も，「共生システム（Symbiotische System）という高度に抽象的な問題として論じられている。「共生システム」とは，各メディアの身体的基礎を意味し，たとえば権力ならば物理的暴力の行使，貨幣ならば生理的欲求充足にあたる。愛の場合，これにあたるものがセクシュアリティである。ただし，権力の効果が暴力行使の制限によって成立していているように，愛もまたあからさまな性的関係の抑制を試みることで成り立つ。実際，18 世紀以降，セクシュアリティに対する肯定的な態度が現れてきても，いかにしてセクシュアリティを抑制的に扱うかが中心的問題となってきた。とくに 19 世紀のロマン主義の時代，愛はその精神性によって性的乱れを「軌道修正」し，性的なものの社会的危険性を「骨抜きにする」ことで，結婚と恋愛を「飼いならす」ことに貢献した。こうして性は適度に抑圧されることによって恋愛を促進し，結婚を奨励することになった，という（三上 2007：97）。

3.4　現代社会における愛のアポリア

こうして機能分化によって特徴づけられる近代社会では，前近代の「階層化社会」のように身分や出自をコードとして社会関係を形成できなくなる。ルーマンの「愛の歴史社会学」でいえば，17 世紀の「情熱恋愛」の段階になると，身分制の崩壊によって出自や家制度か

らも解放され，自らの意思をもった「自由な個人」が誕生した。そして，女性も相手の求愛を受容／拒否する自由な意思をもつとみなされようになる。こうして男女とも自らの意思のみにもとづいて愛する相手を選ぶようになる。したがって，「愛する者は自らの欲求による愛の根拠づけ以外のいかなる正当化も必要としない」(Luhmann 1982=2005：64）ことになる 。その結果，それ自身のうちにしか根拠をもたない愛の関係は不確実なものとなり，相手の自由な意図を予測することも困難になり，「ダブル・コンティンジェンシー問題」が生じるのであった。

この問題は，しかし，先にも述べたように，パーソンズ（Parsons1937=1978）の理論で仮定されているのとは異なり，共通の価値の内面化によっては解決されない。というのも，親密な関係といえどもあらかじめ「愛」があるという事前了解があるという保証もなければ，「愛」をはじめから共有しているという了解もなく，不確実な愛をその都度，試行錯誤的に確認することで存続するものだからである（三上，2007：105)。

また「情熱恋愛」の時代に成立した「愛の自己準拠」もまた，現代の「ロマンティック・ラブ」に継承されている。というより，現代の「ロマンティック・ラブ」は愛の自己準拠をさらに純化させている。というのも，現代人は教育の普及によってますます独自の精神世界をもっているので，愛以外の根拠づけを受けつけず，愛においては愛の存在だけが愛の支えとなる。しかも，自他の内的世界を推し量ることはますます困難になるにもかかわらず，お互いにかけがえのない親密な関係になろうとする。しかし，「言葉や行為それ自体は誤解を生みやすいものであるし，事実，親密な関係においても言葉や感情の行き違いはしょっちゅう生ずる。そうなると相手の愛を指針とするしかない。二人の間に愛があるとみなすことだけが，様々な誤解・歪曲・離反から親密な関係= 愛を守っている」(三上，2007：106)。ここに現代の愛のアポリアがある。

高度に個人化し独自の精神世界をもつ現代人にとって，互いの意識は相互に区別しあうことで存立している。そうした個人の間では，愛は互いの想像力によって支えられているといってもよい。実際，ルーマン（Luhmann 1982=2005：66）によれば「愛を高める力量は，理想に代わって想像力に移されている。想像力を駆使して相手の自由を処理して，相手の自由と自らの願望を融合させる」(傍点原文）というメタレベルでのダブル・コンティンジェンシーの処理に行き着かざるを得ない。この点で，愛とコミュニケーションは逆説的な関係になる。すなわち「愛は愛に課せられたコミュニケーション問題もまったく特有の仕方で解決している。逆説的に言えば，愛はコミュニケーションを大幅に断念することによってコミュニケーションを強化している。…（中略）…明示的なコミュニケーションによって，問いかけたり答えたりすることによって，まさに愛は損なわれてしまうことになる」(Luhmann

1982=2005：28)。こうして今日，愛を維持することはかつてないほど困難な位相に到達し，個人の心理的負荷を増大させていることになる。

4. コミュニケーション負荷による性行動の不活発化

4.1. 親密な関係を維持する心理的負荷

ルーマンの言うように，高次の精神世界をもつ現代人にとって，自他の内的世界を推し量ることはますます困難になるなかで，お互いにかけがえのない親密な関係を維持するとすることは，心理的にも負担は増大させる。まして恋愛という親密な関係では，互いは互いにとって「かけがいのないパーソン」となる。ルーマンの言う愛の「唯一無二性」である。こうして恋愛の相手はかけがえのない「他者」であるがゆえに「親密さはルーティン化されえないのであり，そうした関係においては，たえずそれまで以上相手を考えた行為が求め続けられるのである。自我も他我も共に，それぞれの相手に対してみずから創意工夫した行為をおこなうことがたえず求められ，自明視されルーティン化された行為が許されないのが，愛の関係なのである」(小松 1995：104)。こうして愛の関係を維持するために，つねに「創意工夫した行為」をしつづけることは，現代の気軽なメールやラインによるコミュニケーションの様式に慣れた若者にとって大きな「コスト」になることは想像に難くない。

実際，木村（2016）によると，大都市部の青年においては，1992 年から 2012 年の 20 年間の間に，異性との交際経験があるという者が増えたという意味で，「恋愛の標準化」（羽渕 2004）が進む一方で，現在，恋人がいるという者が減少しているという。この「恋愛経験あり・現在恋人なし」の増加は，木村（1014：166）によれば，「関係相手との関係を維持させることの難しさ，あるいは関係性を持続し得る相手となかなか出会えないという状況」を示しているという。ここには，愛の関係を継続させる心理的負荷あり，「唯一無二性」の関係性を持続させ，維持するために愛する者が直面する煩わしさがある。一言でいえば恋愛は「めんどう」なものなのである。

4.2 「めんどう」な性行動

このように，現代社会では恋愛を継続させるコミュニケーションの重要性が増してきた。そこで，「青少年の性行動全国調査」では従来から「性のイメージ」を訪ねてきたが，2017 年の調査で初めて「めんどう-めんどうではない」という項目を入れてみた。この性イメージごとに「告白」から「性交」に至る性愛シークエンスに関する高校生の経験率を男女別にみたものが図 6a と図 6b である。

「告白」から「性交」に至るいずれの性愛シークエンスの段階おいても，性を「めんどう」と感じる高校生ほど経験率が低い（なお，この傾向は大学生ではさらに顕著になる）。とくに性交経験率は，性を「めんどう」と考える男子では5%，女子では7%であるのに対して，「めんどうでない」と回答した男子では25%，女子では37%にのぼる。このことからすると，現代の若者にとっては，性愛を伴う男女関係は，ルーマンの言うメディアとしての「愛」に伴う過剰なコミュニケーション負荷をもたらすものであり，LINEのような手軽なコミュニュケーション・ツールに慣れ親しんだ若者には忌避されるようになった可能性が高い。

そこで，デート，キス，性交という主要な性行動を従属変数として二項ロジスティック回帰による分析を試みた。独立変数としては，基本属性として性別（男子ダミー），学年を統制したうえで，これまで性行動を活発化させると考えられてきた街遊び頻度（1月に街遊びに行く回数），アルバイト（「している」を1，「していない」を0としたダミー変数），および先に検討した学校適応や「まじめ志向」にかかわる学校適応感と休日学習時間に加えて，コミュニケーション負荷（性を「めんどう」と思う意識）を投入した（表1）。

その結果，ほとんどの変数が有意な効果をもったが，偏回帰係数の絶対値からみて，コミュニケーション負荷は，アルバイト経験に次いで大きな規定力をもっていた。このうちアルバイトは，どの性行動に関しても，これらを活発化させる方向で作用している。高校生のアルバイトは，自分で自由に使える資金を得るだけでなく，成人も含めた交際範囲を広げることで青少年の性行動を活発化させるものと位置づけられてきた（片瀬 2007：40）。これに対して，コミュニケーション負荷はいずれも有意な負の係数を示し，性行動を不活発化させる要因となっていた。また，コミュニケーション負荷と性別ダミーとの交互作用を入れても，回帰係数は有意な値を示さなかった（結果は省略）ことから，男女の双方においてコミュニケーション負荷は等しく性行動を抑制する要因となっているとみることができる。

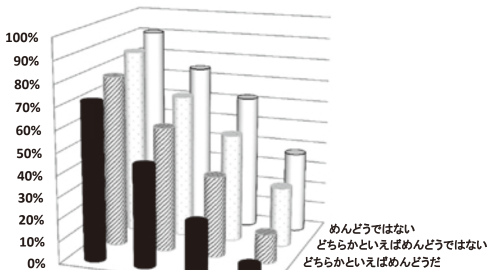


図6a　コミュニケーション負荷と性行動（男子）

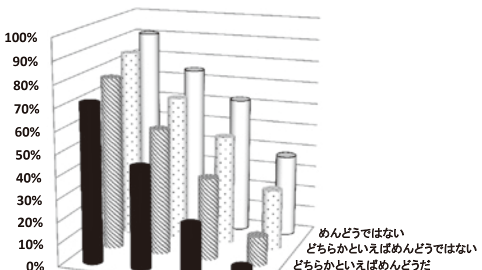


図6b　コミュニケーション負荷と性行動（女子）

表 1.　高校生の性行動の規定因

独立変数	デート		キス		性交	
	B	標準誤差	B	標準誤差	B	標準誤差
男子ダミー	−0.068	0.069	−0.186	0.071**	−0.165	0.094
学年	0.171	0.047***	0.262	0.048***	0.648	0.063***
街遊び頻度	0.121	0.011***	0.073	0.008***	0.070	0.007***
アルバイト有無ダミー	0.566	0.081***	0.903	0.079***	0.986	0.100***
学校適応感	0.281	0.058***	0.140	0.061*	−0.062	0.078
休日学習時間	−0.042	0.035	−0.034	0.038	−0.082	0.053
コミュニケーション負荷	−0.067	0.019***	−0.094	0.019***	−0.119	0.022***
定数	−1.004	0.182***	−1.637	0.190***	−3.121	0.248***
−2 対数尤度	5170.874		4905.384		3241.687	
Cox-Snell R^2	0.095		0.113		0.114	
Nagelkerke R^2	0.127		0.155		0.192	

注）*** : p<0.001　* ; p<0.05

むすび

冒頭に引いたギデンズ（Giddns 1992 = 1995）の理論に依拠しながら，谷本（2008）は，1990 年代と 2000 年代の若者雑誌の恋愛に関する記事の内容分析をおこなった結果，恋愛をロマンティック・ラブから結婚に至るシークエンスとする記事が減少し，結婚という結果よりも恋愛のプロセスを重視し，不確定で曖昧な揺れ――ルーマン流に言えば「ダブル・コンティンジェンシー」状況――を楽しむ現代的恋愛を扱う記事が増えてきたという。こうした傾向を，谷本（2008）は，ギデンズらのいう「再帰的近代」の議論を参照しながら説明する。それによると，近代社会では「脱埋め込み化」――人々のアイデンティティも生まれ育った環境から切り離され，個人はかつては手に入れることのできなった職業やライフスタイルなどの多様な選択肢を得るようになったことが実現すると同時に，「再帰性」――すなわち制度や組織の自明性が失われ，それがたえず問い直されることになってきた。というのも，近代以前の伝統的社会においては，伝統や慣習が行為や制度の正当性を保障できたが，近代社会おいては個人の行為も社会の制度も最新の情報なり知識に照らして，その正当性が問われることになる。

こうした脱埋め込み化や再帰性の高まりは，すべてのことを個人のリスク計算にもとづく選択の問題として引き受けさせるため，個人には大きな「不安」が生まれる。こうしてすべてを個人の選択に委ねることは，当然，恋愛といった人間関係にも及ぶ。伝統的社会では結婚の相手も外部社会――家柄を考慮した親の意向による見合い結婚などに委ねられていたが，近代社会では当事者間の「純粋な関係性」の選択と構築に委ねられるようになった。ところが，谷本によれば，山田（2007）も指摘するように，1990 年代前半のバブル崩壊の結果，

若者の雇用の流動化―無業者や非正規雇用の増大などによって，若者の収入格差が拡大し，生活に対する「不安」はさらに増大し，その結果，リスク計算がますます難しくなって，結婚も先送りされ，晩婚化・非婚化が生じたという。これによって，結婚など結末を先送りする傾向が生まれた。また選択の幅の拡大に伴う不安の増大によって，人間関係の曖昧さを享受する傾向や，曖昧なアプローチ方法や演出を歓迎する傾向も説明される。というのも，現代の恋愛言説には，「関係を構築する不安感と，同時に関係破綻を回避するリスク計算が読み取れる」（谷本，2008：217）からである。

谷本（2008）のいう関係を構築する不安感と破綻を回避するリスク計算は，ルーマンの言い方を借りると「親密な関係の自律化」がもたらすものである。すなわち「親密な関係にとっての外的な支柱は取り払われ，親密な関係の内的緊張がたかまることになる。親密な関係の安定化は，今や純粋に個人的な要因によってのみ可能にされねばならず，しかもそれは相手と深くかかわりあうことによってのみ可能にされている」（Luhmann 1982=2005：241）。21 世紀における性行動の不活発化の背景には，こうした恋愛リスクの個人化という問題があるのかもしれない[6]。

【付記】

例によって難渋なルーマン理論を読みこなすにあたって苦労をし，佐久間政広・本学教授に草稿に目を通していただいた。ルーマン理解においてそれほど大きな隔たりはなかったかと思うが，いくつか見落として点をご指摘いただいた。ここに感謝する。もちろん本稿のルーマン解釈に瑕疵があるとしたら責任は筆者にある。また本稿はルーマン論ではないが，それにしても行為と体験の区別，共生ステムとしてのセクシュアリティ，友愛から愛への進化，愛のゼマンティクの進化など，主としてルーマンの「愛の歴史社会学」にかかわる重要で興味深い論点にはほとんど触れることはできなかった。ルーマンは西欧中世後期の「宮廷愛」「情熱愛」から近代の「ロマン主義愛」へという「愛のゼマンテック」の進化を論じたうえで，現代社会における「愛」の困難を論じている。こうした「愛の歴史社会学」を踏まえなければ，現代の「愛」が直面する問題も正確に位置づけることはできない。これらの課題については他日を期したい。

引用文献

土場学，1993，「愛というメディア―社会変動のゼマンティーク」『社会学評論』44(3)：314-330.

深澤真紀，2007，『平成男子図鑑』日経 BP 社.

---

[6] 性愛をめぐる男女のリスクの非対称性については，片瀬（2017）参照。

Giddens, Anthony, 1992, *The Transformation of Intimacy* : *Sexuality, Love and Eroticism in Modern Societies.* Polity Press（=1995，松尾精文・松川昭子訳『親密性の変容―近代社会におけるセクシュアリティ，愛情，エロティシズム』而立書房）.
Gitlin, Todd, 1997, *The Sixties : Years of Hope and Days of rage Range*.（= 1993，疋田三良・向井俊二訳『60 年代アメリカ―希望と怒りの日々』彩流社.
羽渕一代，2008,「青年の恋愛アノミー」岩田考・羽渕一代・菊池裕生・苫米地伸編『若者たちのコミュニケーション・サバイバル』恒星社厚生閣：77-90.
林雄亮，2018,「青少年の性はどう変わってきたか―性行動・性意識の消極化と分極化」日本性教育協会編『青少年の性行動の不活発化と多様性―「第 8 回青少年の性行動全国調査」からみえてくる若者像』9-19.
本田由紀・内藤朝雄・後藤和智『ニートって言うな！』光文社.
石川由香里, 2018,「性行動と性規範･ジェンダー規範との関連性を探る」日本性教育協会編『青少年の性行動の不活発化と多様性―「第 8 回青少年の性行動全国調査」からみえてくる若者像』：20-29.
片瀬一男，2007,「青少年の生活環境と性行動の変容」日本性教育協会編『「若者の性」白書―第 6 回青少年の性行動全国調査』小学館：24-48.
―――，2015,『若者の戦後史』ミネルヴァ書房.
―――，2017,「「リスク」としての性行動・「危険」としての性行動――避妊をめぐる男女の非対称性――」『東北学院大学教養学部論集』，174：7-42.
―――，2018,「第 8 回青少年の性行動全国調査」の概要」日本性教育協会編『青少年の性行動の不活発化と多様性―「第 8 回青少年の性行動全国調査」からみえてくる若者像』：2-8.
木村絵里子，2016,「「情熱」から「関係性」を重視する恋愛へ」藤村正之・浅野智彦・羽渕一代『現代若者の幸福―不安感社会を生きる』恒星社厚生閣：137-168.
国立社会保障・人口問題研究所，2017,『第 15 回出生動向基本調査　結婚と出産に関する全国調査・独身者調査の結果概要』
（http://www.ipss.go.jp/ps-doukou/j/doukou15/doukou15_gaiyo.asp）
小松丈晃，1995,「ダブル・コンティンジェンシーの論理」『社会学研究』63：91-107.
Luhmann, Niklas, 1982, *Libe als Passion : Zur Condierung von Intimat*. Shurkamp（=2005, 村中知子・佐藤勉訳『情熱としての愛―親密さのコード化』木鐸社）
―――, 1984, *Sozial System : Grundriß : Einer Allgemeinen Theorie*. Suhrkamp.（=1993, 佐藤勉監訳『社会システム理論（上）』恒星社厚生閣）
三上剛史，2007,「「切り」つつ「結ぶ」メディアとしての <愛>―Liebe als Passion（N. Luhmann）解釈のためのノート 」『国際文化学研究　神戸大学国際文化学部紀要』29：93-116.
村中知子，1994,「愛のシステムの論理と可能性」佐藤康邦・中岡成文・中野敏男編『システムと共同性―新しい倫理の問題圏』昭和堂：226-244.
森岡正博，2008,『草食系男子の恋愛学』メディアファクトリー.
尾嶋史章，2018,「まえがき」尾嶋史章・荒牧草平編『高校生たちのゆくえ―学校パネル調査からみた進路と生活の 30 年』世界思想社 ：vii-xi.
―――・荒牧草平，2018.「進路希望と生活・社会意識の変容：30 年の軌跡」尾嶋史章・荒牧草平編『高校生たちのゆくえ―学校パネル調査からみた進路と生活の 30 年』世界思想社：18-14.
小此木啓吾，1978,『モラトリアム人間の時代』中央公論社.
Parsons, Talcott, 1937, *The Structures of Social Actions* : *A Study in Social Theory with Special Reference to a Group of Recent European Writers*.（=1976-89 稲上毅，厚東洋輔・溝部明男，『社会的行為の構造』木鐸社）.
―――, 1949, *The Social System*, The Free Press（=1951, 佐藤勉訳『社会体系論』青木書店）.
――― and Edward Shils 1951.　*Toward a General Theory of Action*（=1960, 永井道雄・作田啓一・

橋本真共訳『行為の総合理論目指して』日本評論社.
高橋征仁，2007,「コミュニケーション･メディアと性行動における青少年総の分極化―携帯メールによる親密性の変容」日本性教育協会編『「若者の性」白書―第6回青少年の性行動全国調査』小学館：49-80.
―――，2010,「社会統計でみる＜草食系男子＞の虚実―欲望の時代からリスクの時代へ」『現代性教育月報』，28(1)：1-7.
―――，2013,「欲望の時代からリスクの時代へ」日本性教育協会編『「若者の性」白書―第7回青少年の性行動全国調査』小学館：43-61.
谷本奈穂，2008,『恋愛の社会学―「遊び」とロマンティック・ラブの変容 』青弓社.
轟　亮，2001,「職業観と学校生活感―若者の『まじめ』は崩壊したか」尾嶋史章編『現代高校生の計量社会学』ミネルヴァ書房：129-158.
山田昌弘，1996,『結婚の社会学―イコンか・晩婚化は続くのか』丸善.
―――，2007,『少子化社会日本―もうひとつの格差のゆくえ』岩波書店.

【論　　文】

力学的有効粘性モデルへの対称テンソルの導入と一様乱流内の Reynolds 応力

高　　橋　　光　　一

乱流の平均場理論である力学的有効粘性モデル Dynamical Effective Viscosity Model（DEVM）は，平均流速と粘性の場の力学系である。それは，並進不変性，Galilei 変換不変性と回転不変性に基づいてスカラー場とベクトル場によって構成された散逸理論であり，平行板乱流と円管乱流の平均流を閉じた基礎方程式系によって精度良く再現することに成功した。これを，テンソル場を取り込むように拡張し，Reynolds 応力と比較することを考える。この最初の試みは 2018 年になされていて，Reynolds 応力をある程度定性的に再現できることが判明している。しかしそこでは，スカラー・ベクトルモデルで達成された平均流速の記述の成功を損なわないようにするためにテンソルのエルミット成分だけを考慮していて，その意味でモデルの構成法はいささか“作為的”であった。また，テンソルの運動方程式は対称テンソルに対するものではないため，流体の Reynolds 応力には直接に対応しなかった。本論文では，対称テンソルの運動方程式をより“自然に”構成する方法があることを示す。さらに，この“自然な”テンソルモデルを一様乱流に適用し，Reynolds 流体理論における数値シミュレーションの結果と比較し，矛盾がないことを確認する。また，Navier-Stokes 理論が，乱流を記述するにおいて最も敏感な臨界点の一つの上の乗っていることも明らかにされる。

重要語句： 力学的有効粘性モデル，Reynolds 応力，一様乱流

1.　DEVM の考え方

乱流は，その半微視的な－分子レベルより大きく，目視できるレベルよりも小さい－様相を絶え間なく変化させる流れで，それを支配するのは生まれては成長・分裂し消える渦の力学である。渦の一見乱雑な生成と消滅が平均流に捉らえどころのない揺らぎを生む。

複雑な現象を理解するためのさまざまな試みがある。流れの中を行き来する分子によって運動量が移送され粘性―これを分子粘性と呼ぶ―が生じるのと同じように，集団としての大

小さまざまな渦の移動が運動量を移送し，それによって高次の粘性が生まれるという見方が可能になる。これが“渦粘性”という概念で，乱流の k-ε モデルといった平均場理論をつくりあげる上で重要な礎石となっている。そのようなモデル構築の出発点となるのが次のReynolds応力方程式である：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\right)\overline{\breve{u}_i\breve{u}_j}=-\frac{1}{\rho}\left(\overline{\breve{u}_i\partial_j\breve{p}}+\overline{\breve{u}_j\partial_i\breve{p}}\right)-\overline{\breve{u}_i\breve{u}_k}\partial_k u_j-\overline{\breve{u}_j\breve{u}_k}\partial_k u_i-\partial_k\overline{\breve{u}_i\breve{u}_j\breve{u}_k}$$
$$+\nu\left(\nabla^2\overline{\breve{u}_i\breve{u}_j}-2\overline{\partial_k\breve{u}_i\partial_k\breve{u}_j}\right)+\overline{\breve{u}_i\breve{f}_j}+\overline{\breve{u}_j\breve{f}_i}$$

$\boldsymbol{u}$ は平均流速，$\breve{u}_i$ は平均からの揺らぎの第 i 成分，上の横棒は平均，とくに $\overline{\breve{u}_i\breve{u}_j}$ はReynolds応力，ρ は密度，$\breve{\boldsymbol{f}}$ は外からの体積力の揺らぎである。Reynolds応力は乱流の中の規則性を窺い知るための量であり，その挙動を理論的に知ることが乱流力学の重要な目的の一つである。そのためには上の方程式を解けばよい。

しかしこのとき，右辺に $\overline{\breve{u}_i\breve{u}_j\breve{u}_k}$ があるために，さらに $\overline{\breve{u}_i\breve{u}_j\breve{u}_k}$ の方程式が必要になる，ということが無限に繰り返され，Navier-Stokes方程式を出発点とすることによって方程式が閉じなくなる“closure problem”が発生し，これを無理に閉じさせるためのいわゆる“モデル化”が必須となる。“モデル化”を何を重視して行うかによりさまざまな乱流モデルがつくられている（木田・柳瀬 1999，高橋 2018a，2018b）。

これに対し，DEVMは異なった方針で構築される（Takahashi 2017a, 2017b，高橋 2018b）。DEVMでは，平均流速と有効粘性を表すベクトル場とスカラー場を複素数に拡張する。そして，それらを組み合わせて $GL(2,C)$ の要素－最も一般的な2行2列の行列－としてLagrangianを構成し，作用actionに対する変分原理から場の運動方程式を導く。このとき，場の虚部がLagrangeの未定乗数の役割を果たす。この点においてDEVMは調和振動子のBateman系と似ている（Bateman 1931）。このときの作用はエネルギーとは直接の関係はないので，ここでは擬作用pseudo-action（PA）と呼ぶことにする。有効粘性場理論の最大の特徴は，流体を構成する個々の物理的要素の基本力学への詳細な考慮を払わなくともNavier-Stokes方程式という非線形理論を変分原理から正しく導くことができることにある。さらに，変分原理から運動方程式を導くために，乱流モデルを構成する際に“closure problem”に悩まされることもない。最後に，出発点の擬作用が並進について不変なので，すべての過程で運動量は保存され物理要素間作用反作用の法則が自動的に成立する。平行板と円管の定常乱流の平均場については，速度場に限れば閉じた方程式系で現象をきわめて良く再現できる。

Reynolds応力は（2階の）テンソルである。そこで，同じ方針でDEVMにテンソル場を導入することを考えたい。テンソル場はやはり $GL(2,C)$ の行列場として統合的に表現する。そして，流体要素間の力学の基本形を，並進不変性，回転不変性，Galilei変換不変性を要求

することで決める。また，場の虚部が Lagrange の未定乗数であるということから，行列場がエルミットの時 Lagrangian は 0 とならなければならない。

DEVM を拡張する最初の試みは高橋（2018b），Takahashi (2018) でなされた。平行板乱流での一部の Reynolds 応力は定性的に再現されたが，対角成分に実験とのずれが生じるという問題が残った。導入されたテンソルは，その運動方程式の解が非対称成分を含むのでReynolds応力とは直接対応しないのである。それに対応する物理量があるのかも不明だった。この問題を克服する可能性は Takahashi (2019) によって指摘された。本論文ではその詳細を報告する。

平行板乱流や管乱流には現実的な興味がある。これらは渦を生成する壁が与える境界条件と渦の挙動が問題になる。境界の影響を受けない渦と乱流そのものの物理が全面に現れるものとして一様乱流があり，長い研究の歴史がある（例えば Davidson 2015）。普通の定常乱流は Reynolds 数がある値を越えたときに発生するが，一様乱流は Reynolds 数がゼロの現象である。本論文では，拡張された DEVM が明らかにする一様乱流の特質についても解説する。

2. テンソルの導入

我々の理論は次の 2 種の行列で構成されるものとする：

$$\Phi = \phi + \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{\sigma} \tag{2.0.1a}$$

$$\mathrm{R}_i = v_i + R_{ij}\sigma_j \tag{2.0.1b}$$

$\boldsymbol{u}$ は複素平均流速，ϕ は複素有効粘性または渦粘性，$\boldsymbol{\sigma}$ は 2 行 2 列の Pauli 行列，R_{ij} はテンソルで Reynolds 応力を表すと期待されるもの，ベクトル集合 $\{\boldsymbol{v}\}$ は $GL(2,C)$ を構成する集合 $\{\mathrm{R}_i\}$ の中心である。下付添え字は空間成分を，その繰り返しは特に断らない限り和を取ることを意味するものとする。また，添え字を明示しないときは，以後ベクトルとテンソルを太字で表すことにする。$\boldsymbol{v}$ が何であるかは今の時点では分からない。Φ から構成される DEVM は Takahashi（2017a, 2017b），高橋（2018a, b）で詳述した。以下では，理論の R_i 部分のみを考える。

2.1 移流（Lagrange 微分）項

Lagrangian（密度）の構成に際しては回転不変性と Galilei 変換不変性を考慮する。前者の要請から，Lagrangian は場の成分を指定する添え字について和の形をとっていなければならない。後者の要請からは，高橋（2018b）を参照して，時間の 1 階微分を含む項は（本論文で

はデカルト座標系を採用する）

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}'_{\mathrm{L}} &= \frac{\mathrm{i}}{2}\mathrm{Tr}\left(\mathrm{R}_i^\dagger \partial_t \mathrm{R}_i\right) + \frac{\mathrm{i}}{4}\left[\mathrm{Tr}\left(\mathrm{R}_i^\dagger \boldsymbol{\sigma}\Phi\cdot\boldsymbol{\nabla}\mathrm{R}_i\right) - \mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{R}_i^\dagger \Phi^\dagger\cdot\boldsymbol{\sigma}\mathrm{R}_i\right)\right] \\
&= \mathrm{i}R_{ij}^* \dot{R}_{ij} \\
&+ \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_j R_{ik} u_k R_{ij}^* - \partial_l R_{il} u_j R_{ij}^* + \partial_k R_{ij} u_k R_{ij}^*\right) - \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k R_{ij}^* u_j^* R_{ik} - \partial_j R_{ij}^* u_l^* R_{il} + \partial_k R_{ij}^* u_k^* R_{ij}\right)
\end{aligned}
$$

または

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}''_{\mathrm{L}} &= \frac{\mathrm{i}}{2}\mathrm{Tr}\left(\mathrm{R}_i \partial_t \mathrm{R}_i^\dagger\right) + \frac{\mathrm{i}}{4}\left[\mathrm{Tr}\left(\mathrm{R}_i \boldsymbol{\sigma}\Phi\cdot\boldsymbol{\nabla}\mathrm{R}_i^\dagger\right) - \mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{R}_i \Phi^\dagger\cdot\boldsymbol{\sigma}\mathrm{R}_i^\dagger\right)\right] \\
&= \mathrm{i}R_{ij} \dot{R}_{ij}^* \\
&+ \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k R_{ij}^* u_j R_{ik} - \partial_j R_{ij}^* u_l R_{il} + \partial_k R_{ij}^* u_k R_{ij}\right) - \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_j R_{ik} u_k^* R_{ij}^* - \partial_l R_{il} u_j^* R_{ij}^* + \partial_k R_{ij} u_k^* R_{ij}^*\right)
\end{aligned}
$$

の形をしていることが導かれる。したがって，これらの線形結合

$$
\mathcal{L}_{\mathrm{L}} = a'_{\mathrm{L}}\mathcal{L}'_{\mathrm{L}} + a''_{\mathrm{L}}\mathcal{L}''_{\mathrm{L}}
$$

が時間の1階微分のみを含む Lagrange 微分項の候補となる。

DEVM では，場の虚部が Lagrage 乗数の役割を果たす。言い換えれば，行列場がエルミットのとき Lagrangian は0になる。したがって $a'_{\mathrm{L}} = -a''_{\mathbf{L}}$ であり，時間の1階微分項の係数を i と規格化すると

$$
a'_{\mathrm{L}} = -a''_{\mathbf{L}} = \frac{1}{2} \tag{2.1.1}
$$

である。

この Lagrangian を時空間で積分したものが Lagrange 微分項に対する PA である。運動方程式は，PA の場の変数に関する変分をとって得られる。まず，以下の（1）と（2）に中心が無い場合の変分を求めておく。添え字0は中心が無い［ $\boldsymbol{v}=\phi=0$ ］ことを意味する。例えば， $\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}$ は $\mathcal{L}'_{\mathrm{L}}$ において $\boldsymbol{v}=\phi=0$ としていることを意味する。

（1）　$\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}$ の変分

$$
\begin{aligned}
&\delta R_{ij}^*:\ \mathrm{i}\dot{R}_{ij} + \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\left(u_k^* + u_k\right)\partial_k R_{ij} + R_{ik}\left(\partial_k u_j^* - \partial_j u_k^*\right) - R_{ij}\partial_k u_k^* + \left(u_j^* - u_j\right)\partial_k R_{ik} - \left(u_k^* - u_k\right)\partial_j R_{ik}\right) \\
&\delta u_i^*:\ \mathrm{i}\dot{u}_i - \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k R_{ji}^* R_{jk} - \partial_k R_{jk}^* R_{ji} + \partial_i R_{kj}^* R_{kj}\right)
\end{aligned}
$$

（2）　$\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0}$ の変分

$$
\begin{aligned}
&\delta R_{ij}^*:\ -\mathrm{i}\dot{R}_{ij} - \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\left(u_k^* + u_k\right)\partial_k R_{ij} + R_{ik}\left(\partial_k u_j - \partial_j u_k\right) + R_{ij}\partial_k u_k - \left(u_j^* - u_j\right)\partial_k R_{ik} + \left(u_k^* - u_k\right)\partial_j R_{ik}\right) \\
&\delta u_i^*:\ -\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k R_{ji} R_{jk}^* - \partial_k R_{jk} R_{ji}^* + \partial_i R_{kj} R_{kj}^*\right)
\end{aligned}
$$

$a'_{\mathrm{L}} = -a''_{\mathrm{L}} = 1/2$ であるので， $\mathcal{L}_{\mathrm{L}0}$ の変分から導かれる項はそれぞれの変分に対し

δR^*_{ij}: $\mathrm{i}\dot{R}_{ij}+\mathrm{i}\left(\mathrm{Re}\,u_k\partial_k R_{ij}+R_{ik}\left(\partial_k\,\mathrm{Re}\,u_j-\partial_j\,\mathrm{Re}\,u_k\right)\right)-R_{ij}\partial_k\,\mathrm{Im}\,u_k+\mathrm{Im}\,u_j\partial_k R_{ik}$

δu^*_i : $-\dfrac{\mathrm{i}}{4}\left(R_{jk}\partial_k R^*_{ji}-R^*_{jk}\partial_k R_{ji}-R_{ji}\partial_k R^*_{jk}+R^*_{ji}\partial_k R_{jk}+R_{kj}\partial_i R^*_{kj}-R^*_{kj}\partial_i R_{kj}\right)$

となる。最後に虚部を 0 として全ての場を実数とすると，全体に $-\mathrm{i}$ を掛けたものは

δR^*_{ij} : $\dot{R}_{ij}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla R_{ij}+R_{ik}\left(\partial_k u_j-\partial_j u_k\right)$

δu^*_i : 0

である。テンソルについては，$\boldsymbol{u}\cdot\nabla R_{ij}$ によって記述される移流には渦度 $\partial_k u_j-\partial_j u_k$ との相互作用が伴うこと，速度場への寄与は 0 であることに注意されたい。

最後の点についてコメントを与えておく。我々が採用する Lagrangian は

$$\mathcal{L}\sim\mathrm{i}\left(F\left(\Phi^\dagger,\Phi,\mathbf{R},\mathbf{R}^\dagger\right)-F\left(\Phi^\dagger,\Phi,\mathbf{R}^\dagger,\mathbf{R}\right)\right),$$

の形をしている。F は特別な場合として $\mathrm{i}\left(G\left(\Phi^\dagger\right)+G\left(\Phi\right)\right)\left(H\left(\mathbf{R}^\dagger\right)-H\left(\mathbf{R}\right)\right)$ の形も含む（Takahashi 2018）。速度場運動方程式への寄与は，Lagrangian の Φ に関する変分をとり，σ を掛けてトレースをとれば得られ

$$\mathrm{Tr}\left[\boldsymbol{\sigma}\frac{\delta}{\delta\Phi^\dagger}\left(F\left(\Phi^\dagger,\Phi,\mathbf{R},\mathbf{R}^\dagger\right)-F\left(\Phi^\dagger,\Phi,\mathbf{R}^\dagger,\mathbf{R}\right)\right)\right]$$

の形を持つ。意味のある古典的運動方程式は $\mathbf{R}=\mathbf{R}^\dagger$ とすることで得られるが，これによって上式は 0 になることがすぐに分かる。有効粘性場 ϕ についても同様である。すなわち，ベクトル行列 $\mathbf{R},\mathbf{R}$ の導入で ϕ,u の運動方程式は最終的には影響を受けない。これは，Reynolds 流体理論で一様乱流を記述するときに，平均流速の運動方程式に Reynolds 応力は寄与しないという事実を一般化したものになっている。

（3）　中心がある場合の Lagrange 微分項の変分と相互作用の対称化

（1）と（2）では中心が無い場合を考えた。ここでは中心がある—添え字の 0 が無い変数で表す—とどうなるかを見る。結果は

$$\delta_R\mathcal{L}'_L=\delta_R\mathcal{L}'_{L0}+\frac{\mathrm{i}}{2}\partial_j\left(\phi^* v_i\right)+\frac{\mathrm{i}}{2}\phi\partial_j v_i,$$

$$\delta_R\mathcal{L}''_L=\delta_R\mathcal{L}''_{L0}-\frac{\mathrm{i}}{2}\partial_j\left(\phi v_i\right)-\frac{\mathrm{i}}{2}\phi^*\partial_j v_i$$

となる。δ_R は R_{ij} について変分を取ったことを表す。これは添え字 i,j に関し対称でない。このような非対称性は実は既に Lagrange 微分項にも現れていたことを思い出そう。R_{ij} を直接 Reynolds 応力に対応させたい場合，これは不都合なことである。この問題は，R_{ij} の代わりに対称化された行列

$$\begin{aligned}S_{ij}&\equiv\left(R_{ij}+R_{ji}\right)/2\\ \mathrm{S}_i&=v_i+S_{ij}\sigma_j\equiv v_i+\hat{\mathrm{S}}_i\end{aligned}\qquad(2.1.2)$$

を用い，相互作用項―いまの場合は移流項―を

$$\mathcal{L}'_{\mathrm{L}}=\frac{\mathrm{i}}{2}\mathrm{Tr}\left(\mathrm{R}_i^{\dagger}\partial_t\mathrm{R}_i\right)+\frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\left[\left(\mathrm{S}_i^{\dagger}\boldsymbol{\sigma}\Phi\cdot\boldsymbol{\nabla}\mathrm{S}_i\right)-\left(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{S}_i^{\dagger}\Phi^{\dagger}\cdot\boldsymbol{\sigma}\mathrm{S}_i\right)\right]$$

または

$$\mathcal{L}''_{\mathrm{L}}=\frac{\mathrm{i}}{2}\mathrm{Tr}\left(\mathrm{R}_i\partial_t\mathrm{R}_i^{\dagger}\right)+\frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\left[\left(\mathrm{S}_i\boldsymbol{\sigma}\Phi\cdot\boldsymbol{\nabla}\mathrm{S}_i^{\dagger}\right)-\left(\boldsymbol{\nabla}\mathrm{S}_i\Phi^{\dagger}\cdot\boldsymbol{\sigma}\mathrm{S}_i^{\dagger}\right)\right]$$

のようにして導入することで解決可能である。第 1 項が前と同じく **R** で表されているのは，独立な力学変数が **R** であることによる。これらは場の変数を用いて次のように表される：

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{\mathrm{L}}=\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}&+\frac{\mathrm{i}}{2}\left(v_i^*\dot{v}_i-v_i\dot{v}_i^*\right)+\frac{1}{2}\varepsilon_{jmk}\partial_m v_i^*u_j^*S_{ik}+\frac{1}{2}\varepsilon_{lmk}\partial_m S_{il}^*\phi^*S_{ik}+\frac{1}{2}\varepsilon_{ljm}\partial_m S_{il}^*u_j^*v_i\\&-\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k v_i^*\phi^*S_{ik}+\partial_j v_i^*u_j^*v_i+\partial_l S_{il}^*\phi^*v_i\right)\\&+\frac{1}{2}\varepsilon_{jmk}\partial_m v_i\,u_j\,S_{ik}^*+\frac{1}{2}\varepsilon_{lmk}\partial_m S_{il}\phi S_{ik}^*+\frac{1}{2}\varepsilon_{ljm}\partial_m S_{il}\,u_j\,v_i^*\\&+\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k v_i\,\phi S_{ik}^*+v_i^*u_j\,\partial_j v_i+\partial_l S_{il}\phi v_i^*\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}''_{\mathrm{L}}=\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0}&-\frac{\mathrm{i}}{2}\left(v_i^*\dot{v}_i-v_i\dot{v}_i^*\right)+\frac{1}{2}\varepsilon_{jmk}S_{ik}^*\partial_m v_i\,u_j^*+\frac{1}{2}\varepsilon_{jmk}S_{ik}^*\partial_{\boldsymbol{m}}S_{ij}\varphi^*+\frac{1}{2}\varepsilon_{jkm}\partial_m SR_{ij}u_k^*v_i^*\\&-\frac{\mathrm{i}}{2}\left(S_{ij}^*\partial_j v_i\,\varphi^*+\partial_j v_i\,u_j^*v_i^*+\partial_j S_{ij}\varphi^*v_i^*\right)\\&+\frac{1}{2}\varepsilon_{jmk}\partial_m v_i^*u_j\,S_{ik}+\frac{1}{2}\varepsilon_{jmk}\partial_m S_{ij}^*\varphi S_{ik}+\frac{1}{2}\varepsilon_{jkm}\partial_m S_{ij}^*u_k v_i\\&+\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_j v_i^*\varphi S_{ij}+\partial_j v_i^*u_j v_i+\partial_j S_{ij}^*\varphi v_i\right)\end{aligned}$$

ε_{ijk} は 3 階の反対称テンソル（$\varepsilon_{123}=1$）である。$\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}$ と $\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0}$ は ϕ と $\boldsymbol{v}$ を 0 としたときの Lagrangian で

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}&=\mathrm{i}R_{ij}^*\dot{R}_{ij}\\&-\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k S_{ij}^*u_j^*S_{ik}-\partial_j S_{ij}^*u_l^*S_{il}+\partial_k S_{ij}^*u_k^*S_{ij}\right)+\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_j S_{ik}u_k S_{ij}^*-\partial_l S_{il}u_j\,S_{ij}^*+\partial_k S_{ij}u_k S_{ij}^*\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0}&=\mathrm{i}R_{ij}\dot{R}_{ij}^*\\&-\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_j S_{ik}u_k^*S_{ij}^*-\partial_l S_{il}u_j^*S_{ij}^*+\partial_k S_{ij}u_k^*S_{ij}^*\right)+\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\partial_k S_{ij}^*u_j\,S_{ik}-\partial_j S_{ij}^*u_l\,S_{il}+\partial_k S_{ij}^*u_k S_{ij}\right)\end{aligned}$$

で与えられる。

ここで R_{ij}^* についての変分を取ってみる。$\delta_R S_{kl}^*=\left(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right)/2$ であるから

$$\begin{aligned}\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}}&=\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}\\&+\frac{1}{4}\left[\varepsilon_{jkm}\left(\partial_m\left(\varphi^*S_{ik}\right)-\partial_m\left(u_k^*v_i\right)+\partial_m v_i\,u_k+\partial_m S_{ik}\varphi\right)+\mathrm{i}\partial_j\left(\varphi^*v_i\right)+\mathrm{i}\partial_j v_i\,\varphi+\left(i\leftrightarrow j\right)\right]\end{aligned}\tag{2.1.3}$$

$$\begin{aligned}\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0}&=\mathrm{i}\dot{R}_{ij}\\&+\frac{\mathrm{i}}{4}\left[\partial_k\left(u_j^*S_{ik}\right)-\partial_j\left(u_k^*S_{ik}\right)+\partial_k\left(u_k^*S_{ij}\right)+u_k\partial_j S_{ik}-u_j\,\partial_k S_{ik}+u_k\partial_k S_{ij}+\left(i\leftrightarrow j\right)\right]\end{aligned}\tag{2.1.4}$$

$$\delta_R\mathcal{L}''_{\mathrm{L}} = \delta_R\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0} + \frac{1}{4}\left[\varepsilon_{jkm}\left(\partial_m v_i u_k^* + \partial_m S_{ik}\varphi^* + \partial_m\left(\varphi S_{ik}\right) - \partial_m\left(u_k v_i\right)\right) - \mathrm{i}\varphi^*\partial_j v_i - \mathrm{i}\partial_j\left(\varphi v_i\right) + \left(i \leftrightarrow j\right)\right] \tag{2.1.5}$$

$$\delta_R\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0} = -\mathrm{i}\dot{R}_{ij} - \frac{\mathrm{i}}{4}\left[u_k^*\partial_j S_{ik} - u_j^*\partial_k S_{ik} + u_k^*\partial_k S_{ij} + \partial_k\left(u_j S_{ik}\right) - \partial_j\left(u_k S_{ik}\right) + \partial_k\left(u_k S_{ij}\right) + \left(i \leftrightarrow j\right)\right] \tag{2.1.6}$$

ここで $-\mathrm{i}\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{L}0} \equiv -\mathrm{i}\left(\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0} - \delta_R\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0}\right)/2$ の Galilei 変換性は，$\boldsymbol{c}$ を実ベクトルとして

$$t' = t,\ \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \mathrm{c}t,\ \boldsymbol{u}' = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{c},\ \delta\boldsymbol{u}' = \delta\boldsymbol{u}$$
$$\partial_{t'} = \frac{\partial t}{\partial t'}\partial_t + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t'}\nabla = \partial_t + \boldsymbol{c}\cdot\nabla,\ \nabla' = \nabla$$
$$\mathrm{R}_i \to \mathrm{R}'_i = \mathrm{R}_i,\ \Phi \to \Phi' = \Phi - \boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{\sigma}$$

のもとで

$$-\mathrm{i}\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{L}0} \to \dot{R}_{ij} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla R_{ij} + \boldsymbol{c}\cdot\nabla R_{ij} - \boldsymbol{c}\cdot\nabla S_{ij}$$

である。i と j を入れ替えたものを引算すると右辺は

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(R_{ij} - R_{ji}\right) + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\left(R_{ij} - R_{ji}\right) + \boldsymbol{c}\cdot\nabla\left(R_{ij} - R_{ji}\right)$$

となる。これも Galilei 変換で不変であるべしという要求からテンソル $R_{ij} - R_{ji} = r_{ij}$ は定数でなければならない。とくに $r_{ij} = 0$ とすれば

$$R_{ji} = R_{ij} \tag{2.1.7}$$

すなわち R は対称テンソルとなる。これは R が Reynolds 応力に対応するためには好ましい性質である。事実，S_{ij} が対称であるため，我々の運動方程式のもとで（2.1.7）は実現されるのである。変分式（2.1.3）～（2.1.6）で場の 2 次の項は S_{ij} の対称性のために i と j の入れ替えで不変になっていて，$\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0} = 0$ あるいは $\delta_R\mathcal{L}''_{\mathrm{L}0} = 0$ は R_{ij} と R_{ji} についてそれぞれ同じ方程式を与える。よって，境界条件が同じであれば同じ解を与えるので，常に $R_{ij} = R_{ji}$ が保証される。こうして，上記の変分式は $i \le j$ だけ考えればよく

$$\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}} = \delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0} + \frac{\mathrm{i}}{4}\left(\left(\phi^* + \phi\right)\left(\partial_i v_j + \partial_j v_i\right) + v_i\partial_j\phi^* + v_j\partial_i\phi^*\right) + \frac{1}{4}\left[\varepsilon_{jkm}\left(2\partial_m\left(\phi^* R_{ik}\right) - \partial_m\left(u_k^* v_i\right) + \partial_m v_i u_k + 2\phi\partial_m R_{ik}\right) + \left(i \leftrightarrow j\right)\right]$$

$$\delta_R\mathcal{L}'_{\mathrm{L}0} = \mathrm{i}\dot{R}_{ij} + \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{u}\right)\cdot\nabla R_{ij} + \frac{\mathrm{i}}{4}R_{ik}\left(\partial_k u_j^* - \partial_j u_k^*\right) + \frac{\mathrm{i}}{4}R_{jk}\left(\partial_k u_i^* - \partial_i u_k^*\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}R_{ij}\nabla\cdot\boldsymbol{u}^* + \frac{\mathrm{i}}{4}\left(\left(u_j^* - u_j\right)\partial_k R_{ik} + \left(u_i^* - u_i\right)\partial_k R_{jk} - \left(u_k^* - u_k\right)\left(\partial_i R_{jk} + \partial_j R_{ik}\right)\right)$$

表 1　中心の無い行列場によって構成される Lagrangian から，変分 δR_{ij}^* によって生じる項。全体に $-\mathrm{i}$ を掛けている。第 3 列は，場を実数化し $S_{kl}=2R_{kl}$ とおいたもの。（便宜上，S_{ij} の定義を因子 2 だけ変えている。表 2，3 も同様。）

$\delta_R\mathcal{L}_{L0}$	$\dot{R}_{ij}+\frac{1}{16}\Big[S_{ik}\Big(\partial_k\big(u_j^*+u_j\big)-\partial_j\big(u_k^*+u_k\big)\Big)+S_{jk}\Big(\partial_k\big(u_i^*+u_i\big)-\partial_i\big(u_k^*+u_k\big)\Big)\Big]$ $+\frac{1}{4}\big(\boldsymbol{u}^*+\boldsymbol{u}\big)\cdot\nabla S_{ij}+\frac{1}{8}S_{ij}\nabla\cdot\big(\boldsymbol{u}^*+\boldsymbol{u}\big)$	$\dot{R}_{ij}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla R_{ij}+\frac{1}{4}\Big(R_{ik}\big(\partial_k u_j-\partial_j u_k\big)+R_{jk}\big(\partial_k u_i-\partial_i u_k\big)\Big)$ $+\frac{1}{2}R_{ij}\nabla\cdot\boldsymbol{u}$
$\delta_R\mathcal{L}_{K0}$	$-\frac{1}{2}a_K'\nabla^2 S_{ij}^*-\frac{1}{4}a_K''\partial_m\big(\partial_i S_{mj}^*+\partial_j S_{mi}^*\big)$	$-a_K'\nabla^2 R_{ij}-\frac{1}{2}a_K''\partial_m\big(\partial_i R_{mj}+\partial_j R_{mi}\big)$
$\delta_R\mathcal{L}_{10}$	$\frac{1}{4}S_{ik}\Big(\partial_j\big(u_k^*+u_k\big)-\partial_k\big(u_j^*+u_j\big)\Big)+\frac{1}{4}S_{jk}\Big(\partial_i\big(u_k^*+u_k\big)-\partial_k\big(u_i^*+u_i\big)\Big)$	$R_{ik}\big(\partial_j u_k-\partial_k u_j\big)+R_{jk}\big(\partial_i u_k-\partial_k u_i\big)$
$\delta_R\mathcal{L}_{20}$	$\frac{1}{4}S_{ik}\Big(\partial_j\big(u_k^*+u_k\big)-\partial_k\big(u_j^*+u_j\big)\Big)+\frac{1}{4}S_{jk}\Big(\partial_i\big(u_k^*+u_k\big)-\partial_k\big(u_i^*+u_i\big)\Big)$	$R_{ik}\big(\partial_j u_k-\partial_k u_j\big)+R_{jk}\big(\partial_i u_k-\partial_k u_i\big)$
$\delta_R\mathcal{L}_{30}$	$\frac{1}{4}S_{ik}^*\big(\partial_j u_k^*+\partial_k u_j^*\big)+\frac{1}{4}S_{jk}^*\big(\partial_i u_k^*+\partial_k u_i^*\big)-\frac{1}{2}S_{ij}^*\nabla\cdot\boldsymbol{u}^*$	$\frac{1}{2}R_{ik}\big(\partial_j u_k+\partial_k u_j\big)+\frac{1}{2}R_{jk}\big(\partial_i u_k+\partial_k u_i\big)-R_{ij}\nabla\cdot\boldsymbol{u}$
$\delta_R\mathcal{L}_{30}'$	$\frac{1}{4}S_{ik}^*\big(\partial_j u_k+\partial_k u_j\big)+\frac{1}{4}S_{jk}^*\big(\partial_i u_k+\partial_k u_i\big)-\frac{1}{2}S_{ij}^*\nabla\cdot\boldsymbol{u}$	$\frac{1}{2}R_{ik}\big(\partial_j u_k+\partial_k u_j\big)+\frac{1}{2}R_{jk}\big(\partial_i u_k+\partial_k u_i\big)-R_{ij}\nabla\cdot\boldsymbol{u}$
$\delta_R\mathcal{L}_{40}$	$\frac{1}{4}\delta_{ij}S_{lk}\partial_l\big(u_k^*+u_k\big)-\frac{1}{8}S_{kk}\Big(\partial_i\big(u_j^*+u_j\big)+\partial_j\big(u_i^*+u_i\big)\Big)$	$\delta_{ij}R_{lk}\partial_l u_k-\frac{1}{2}R_{kk}\big(\partial_i u_j+\partial_j u_i\big)$
$\delta_R\mathcal{L}_{50}$	$\frac{1}{4}\delta_{ij}S_{lk}\partial_l\big(u_k^*+u_k\big)-\frac{1}{8}S_{kk}\Big(\partial_i\big(u_j^*+u_j\big)+\partial_j\big(u_i^*+u_i\big)\Big)$	$\delta_{ij}R_{lk}\partial_l u_k-\frac{1}{2}R_{kk}\big(\partial_i u_j+\partial_j u_i\big)$

表 2　中心がある行列場によって構成される Lagrangian から，変分 δR^*_{ij} によって生じる項。全体に－i を掛けている。第 3 列は，場を実数化し $S_{kl}=2R_{kl}$ とおいたもの。

$\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{L}}$	$\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{L0}}+\frac{1}{16}\left(\partial_i\left(\left(\phi^*+\phi\right)v_j\right)+\partial_j\left(\left(\phi^*+\phi\right)v_i\right)\right)+\frac{1}{16}\left(\phi^*+\phi\right)\left(\partial_i v_j+\partial_j v_i\right),$	$\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{L0}}+\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{K0}}+\frac{1}{4}\left(\partial_i\left(\phi v_j\right)+\partial_j\left(\phi v_i\right)\right)+\frac{1}{4}\phi\left(\partial_i v_j+\partial_j v_i\right)$
$\delta_R\mathcal{L}_{\mathrm{K}}$	$-\frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\left(a'_{\mathrm{K}}+b'_{\mathrm{K}}\phi\right)\boldsymbol{\nabla}S_{ij}\right)-\frac{1}{4}\left(\partial_i\left(a''_{\mathrm{K}}+b''_{\mathrm{K}}\phi\right)\partial_m S_{jm}+\partial_j\left(a''_{\mathrm{K}}+b''_{\mathrm{K}}\phi\right)\partial_m S_{im}\right)$	$-\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\left(a'_{\mathrm{K}}+b'_{\mathrm{K}}\phi\right)\boldsymbol{\nabla}R_{ij}\right)$ $-\frac{1}{2}\left(\partial_i\left(a''_{\mathrm{K}}+b''_{\mathrm{K}}\phi\right)\partial_m R_{jm}+\partial_j\left(a''_{\mathrm{K}}+b''_{\mathrm{K}}\phi\right)\partial_m R_{im}\right)$
$\delta_R\mathcal{L}_1$	$\delta_R\mathcal{L}_{10}$	$\delta_R\mathcal{L}_{10}$
$\delta_R\mathcal{L}_2$	$\delta_R\mathcal{L}_{20}$	$\delta_R\mathcal{L}_{20}$
$\delta_R\mathcal{L}_3$	$\delta_R\mathcal{L}_{30}+\frac{1}{4}\left(v_i^*\partial_j\phi^*+v_j^*\partial_i\phi^*\right)$	$\delta_R\mathcal{L}_{30}+\frac{1}{2}\left(v_i\partial_j\phi+v_j\partial_i\phi\right)$
$\delta_R\mathcal{L}'_3$	$\delta_R\mathcal{L}'_{30}+\frac{1}{4}\left(v_i^*\partial_j\phi+v_j^*\partial_i\phi\right)$	$\delta_R\mathcal{L}'_{30}+\frac{1}{2}\left(v_i\partial_j\phi+v_j\partial_i\phi\right)$
$\delta_R\mathcal{L}_4$	$\delta_R\mathcal{L}_{40}+\frac{1}{2}\delta_{ij}\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\left(\phi^*+\phi\right)-\frac{1}{4}\left(v_j\partial_i\left(\phi^*+\phi\right)+v_i\partial_j\left(\phi^*+\phi\right)\right)$	$\delta_R\mathcal{L}_{40}+2\delta_{ij}\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\phi-v_j\partial_i\phi-v_i\partial_j\phi$
$\delta_R\mathcal{L}_5$	$-\delta_R\mathcal{L}_4+\frac{1}{2}\delta_{ij}\left(v_k\partial_k\left(\phi^*-\phi\right)+S_{kl}\partial_k\left(u_l^*-u_l\right)\right)-\frac{1}{2}S_{kk}\left(\partial_i\left(u_j^*-u_j\right)+\partial_j\left(u_i^*-u_i\right)\right)$	$-\delta_R\mathcal{L}_4$

$$\delta_R\mathcal{L}_L'' = \delta_R\mathcal{L}_{L0}'' - \frac{\mathrm{i}}{4}\Big(\big(\phi^* + \phi\big)\big(\partial_j v_i + \partial_i v_j\big) + v_i\,\partial_j\phi + v_j\,\partial_i\phi\Big)$$
$$+\frac{1}{4}\Big[\varepsilon_{jkm}\Big(\partial_m v_i\, u_k^* + 2\partial_m R_{ik}\phi^* + 2\partial_m\big(\phi R_{ik}\big) - \partial_m\big(u_k v_i\big)\Big) + \big(i \leftrightarrow j\big)\Big]$$

$$\delta_R\mathcal{L}_{L0}'' = -\mathrm{i}\dot{R}_{ij} - \frac{\mathrm{i}}{2}\big(\boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{u}\big)\cdot\nabla R_{ij} - \frac{\mathrm{i}}{4}R_{ik}\big(\partial_k u_j - \partial_j u_k\big) - \frac{\mathrm{i}}{4}R_{jk}\big(\partial_k u_i - \partial_i u_k\big) - \frac{\mathrm{i}}{2}R_{ij}\nabla\cdot\mathbf{u}$$
$$+\frac{\mathrm{i}}{4}\Big(\big(u_j^* - u_j\big)\partial_k R_{ik} + \big(u_i^* - u_i\big)\partial_k R_{jk} - \big(u_k^* - u_k\big)\big(\partial_j R_{ik} + \partial_i R_{jk}\big)\Big)$$

と表すことができる。このとき，$\delta_R\mathcal{L}_{L0}'$ と $\delta_R\mathcal{L}_{L0}''$ はそれぞれ場の実数化で Galilei 変換不変性を保っている。

$\delta_R\mathcal{L}_{L0}'$ と $\delta_R\mathcal{L}_{L0}''$ では，Lagrange 微分の他にテンソルと渦度（第 3,4 項）およびテンソルと体積変化の相互作用（第 5 項）が現れる。これらの相互作用の強さが一意的に定まっていることに注意せよ。変分原理に Galilei 変換不変性を取り入れた結果である。

最後に，$a_L' = -a_L'' = 1/2$ の値を用いて $\mathcal{L}_{L0} = a_L'\mathcal{L}_{L0}' + a_L''\mathcal{L}_{L0}''$ と $\mathcal{L}_L = a_L'\mathcal{L}_L' + a_L''\mathcal{L}_L''$ を構成する。そして上と同様にして，v_i^* についての変分をとると

$$\delta_v\mathcal{L}_L = \mathrm{i}\dot{v}_i + \frac{\mathrm{i}}{4}\Big[\nabla\cdot\Big(\big(\boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{u}\big)v_i\Big) + \big(\boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{u}\big)\cdot\nabla v_i + \partial_k\Big(\big(\phi^* + \phi\big)S_{ik}\Big) + \big(\phi^* + \phi\big)\partial_k S_{ik}\Big]$$

となる。場を実数化したとき，右辺第 2 項は移流項 $\mathrm{i}\boldsymbol{u}\cdot\nabla v_i$ を含む。ここまでの結果を表 1 と表 2 の第 2 列にまとめておく。

2.2.　散逸項

流体の力学で移流項と並んで重要なのは，場に空間変動があるときに効果を生む散逸項である。不変性の条件を満たすテンソル場の最低次の空間変動項として次のものが可能である：

$$\mathcal{L}_{K0} = a_K'\mathcal{L}_{K0}' + a_K''\mathcal{L}_{K0}''$$

ここで中心無しの Lagrangian は

$$\mathcal{L}_{K0}' = \frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\Big(\big(\partial_i\hat{\mathrm{S}}_j^\dagger\big)^2 - \big(\partial_i\hat{\mathrm{S}}_j\big)^2\Big) = \frac{\mathrm{i}}{2}\big(\boldsymbol{\nabla}S_{jk}^*\cdot\boldsymbol{\nabla}S_{jk}^* - \boldsymbol{\nabla}S_{jk}\cdot\boldsymbol{\nabla}S_{jk}\big)$$
$$\mathcal{L}_{K0}'' = \frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\Big(\big(\partial_i\hat{\mathrm{S}}_i^\dagger\big)^2 - \big(\partial_i\hat{\mathrm{S}}_i\big)^2\Big) = \frac{\mathrm{i}}{2}\big(\partial_i S_{ik}^*\partial_j S_{jk}^* - \partial_i S_{ik}\partial_j S_{jk}\big)$$

で，$\hat{\mathbf{S}}$ は（2.1.2）で定義されており，a_K' と a_K'' は実定数である。$\mathcal{L}_{K0}$ の変分については

$$\begin{aligned}\delta_R\mathcal{L}_{K0} &= -\frac{\mathrm{i}}{2}a_K'\nabla^2\big(R_{ij}^* + R_{ji}^*\big) - \frac{\mathrm{i}}{4}a_K''\partial_m\Big(\partial_i\big(R_{mj}^* + R_{jm}^*\big) + \partial_j\big(R_{mi}^* + R_{im}^*\big)\Big)\\ &= -\mathrm{i}a_K'\nabla^2 R_{ij}^* - \frac{\mathrm{i}}{2}a_K''\partial_m\big(\partial_i R_{mj}^* + \partial_j R_{mi}^*\big)\end{aligned} \tag{2.2.1}$$

となる。2 行目に移るときに R_{ij} が対称テンソルとしている。a'_{K} がテンソル場の散逸系数である。

次に，R_i に中心を持たせて $\mathcal{L}_{\mathrm{K0}}$ を一般化する。DEVM では，散逸系数はスカラー場 Φ の中の渦粘性係数の役割を果たす有効粘性係数を通して速度場と関係づけられていると考えるので，同時に上の a'_{K}，a''_{K} を Φ を含むように拡張しよう。このとき Galilei 変換で不変な $\mathrm{Tr}\Phi$，$\nabla\Phi$ 等を使うが，微分の階数を上げないために最初のものだけを使うことにする。すると，新しい実数定数 $b'_{\mathrm{K}}, b''_{\mathrm{K}}$ を導入して

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathrm{dif}} = \frac{\mathrm{i}}{4}\left(a'_{\mathrm{D}} + \frac{1}{4}b'_{\mathrm{D}}\mathrm{Tr}\left(\Phi^{\dagger} + \Phi\right)\right)\mathrm{Tr}\left(\left(\partial_i \mathrm{S}_j^{\dagger}\right)^2 - \left(\partial_i \mathrm{S}_j\right)^2\right) \\ + \frac{\mathrm{i}}{4}\left(a''_{\mathrm{D}} + \frac{1}{4}b''_{\mathrm{D}}\mathrm{Tr}\left(\Phi^{\dagger} + \Phi\right)\right)\mathrm{Tr}\left(\left(\partial_i \mathrm{S}_i^{\dagger}\right)^2 - \left(\partial_i \mathrm{S}_i\right)^2\right)\end{aligned} \tag{2.2.2}$$

である。Φ は（2.0.1a），S_i は（2.1.2）で与えられる。中心がないときは $\mathrm{Tr}\Phi = 0$ なので $\mathcal{L}_{\mathrm{K0}}$ そのものに等しい。

2.3.　自然減衰項

散逸項は，隣接する要素間に状態の違いがあるときに，それを均一化しようとする傾向を生む。いま，平均流速が 0 であるが Reynolds 応力が空間的に一様に存在している仮想的な状態——一様乱流—を考える。これは，外部からの平均すると一様だが乱雑なエネルギーの局所的注入で実現できるだろう。局所的なエネルギーの不均一が局所的に乱雑な流れを生み，全体的に一様な乱流が維持されていると考えるのである。次にエネルギーの注入を一斉に停止する。粘性により，この乱流はある速さで減衰するはずである。このときの減衰は平均流の速度勾配の存在とは無関係で，流体の物性のみによる。そのような自然減衰を引き起こす項のうち最低次のものは

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_g &= \frac{\mathrm{i}}{8}g_0\left(\left(\mathrm{Tr}\left(\sigma_i \mathrm{S}_i^{\dagger}\right)\right)^2 - c.c\right) + \frac{\mathrm{i}}{4}g_1\left(\mathrm{Tr}\left(\mathrm{S}_i^{\dagger 2}\right) - c.c.\right) \\ &= \frac{\mathrm{i}}{2}g_0\left(\left(R_{ii}^{*}\right)^2 - c.c\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}g_1\left(S_{ij}^{*2} - c.c.\right)\end{aligned} \tag{2.3.1}$$

である。$c.c.$ は前項の複素共役を表す。変分をとると

$$\delta_R \mathcal{L}_g = \mathrm{i}g_0 \delta_{ij} R_{kk}^{*} + \mathrm{i}g_1 S_{ij}^{*}$$

となる。この形は Takahashi (2018) によって導入された。

基本となる Lagrangian は $\mathcal{L}_{\mathrm{L}}$，$\mathcal{L}_{\mathrm{K}}$，$\mathcal{L}_g$ の和で与えられる。

3.　その他の相互作用

これまでと同じ方針で，その他の相互作用項も $\mathrm{S}_i, \mathrm{S}_i^\dagger, \boldsymbol{\nabla}\Phi, \boldsymbol{\nabla}\Phi^\dagger, \boldsymbol{\sigma}$ の組み合わせで生成できる。場と微分の次数が最も低く単純なものは，**R** と Φ の混合－mixing－が無いと仮定すると 3 次の相互作用

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{\sigma}\left[\mathrm{S}_i^\dagger, \mathrm{S}_i\right]\cdot\boldsymbol{\nabla}\Phi^\dagger\right) + c.c.$$

$$\mathcal{L}_2 = \frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{\nabla}\Phi^\dagger\left[\mathrm{S}_i, \mathrm{S}_i^\dagger\right]\right) + c.c.$$

$$\mathcal{L}_3 = \frac{\mathrm{i}}{4}\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{\sigma}\mathrm{S}_i^\dagger\cdot\boldsymbol{\nabla}\left(\Phi^\dagger + \Phi\right)\mathrm{S}_i^\dagger\right) + c.c.$$

である。複素共役項（$c.c.$）を加えているのは全体を実数にするためである。$\mathcal{L}_1$ と $\mathcal{L}_2$ は，S_i と $\mathrm{S}_i^\dagger$ の交換子 $\left[\mathrm{S}_i^\dagger, \mathrm{S}_i\right]$ を含むため場を実数（行列場をエルミット）にすると自動的に 0 になる。$\mathcal{L}_3$ も同様である。

また，$\boldsymbol{\sigma}$ と $\mathbf{S}=\left(\mathrm{S}_1, \mathrm{S}_2, \mathrm{S}_3\right)$ の縮約をとることで回転不変な項をつくることができる。それらは

$$\mathcal{L}_4 = \frac{\mathrm{i}}{4}\left[\mathrm{Tr}\left(\sigma_i\mathrm{S}_i^\dagger\mathrm{S}_j\partial_j\Phi^\dagger\right) - \mathrm{Tr}\left(\sigma_i\partial_j\Phi\mathrm{S}_j^\dagger\mathrm{S}_i\right) - \mathrm{Tr}\left(\sigma_i\mathrm{S}_i\mathrm{S}_j^\dagger\partial_j\Phi^\dagger\right) + \mathrm{Tr}\left(\sigma_i\partial_j\Phi\mathrm{S}_j\mathrm{S}_i^\dagger\right)\right]$$

$$\mathcal{L}_5 = \frac{\mathrm{i}}{4}\left[\mathrm{Tr}\left(\sigma_i\mathrm{S}_i\partial_j\Phi\ \mathrm{S}_j\right) - \mathrm{Tr}\left(\sigma_i\mathrm{S}_j\partial_j\Phi\mathrm{S}_i\right) - \mathrm{Tr}\left(\sigma_i\mathrm{S}_i\ \partial_j\Phi\ \mathrm{S}_j\right) + \mathrm{Tr}\left(\sigma_i\mathrm{S}_j\partial_j\Phi\mathrm{S}_i\right)\right]$$

これらは，カギ括弧の中の第 1 項と第 2 項，および第 3 項と第 4 項が互いに複素共役なので実数である。また，全ての行列場がエルミットのとき 0 になるので，DEVM の条件を満たしている。したがって，以下では **R** に関する変分だけを考えればよい。$\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{v} = 0$ の場合の Lagrangian には添え字 0 を付けることにすると，$R_{ij}^*\left(= R_{ji}^*\right)$ の変分によって生じる項は以下のようになる：

$$\delta_R\mathcal{L}_{10} = \frac{\mathrm{i}}{2}S_{ik}\left(\partial_j\left(u_k^* + u_k\right) - \partial_k\left(u_j^* + u_j\right)\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}S_{jk}\left(\partial_i\left(u_k^* + u_k\right) - \partial_k\left(u_i^* + u_i\right)\right)$$

$$\delta_R\mathcal{L}_{20} = \frac{\mathrm{i}}{2}S_{ik}\left(\partial_j\left(u_k^* + u_k\right) - \partial_k\left(u_j^* + u_j\right)\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}S_{jk}\left(\partial_i\left(u_k^* + u_k\right) - \partial_k\left(u_i^* + u_i\right)\right)$$

$$\begin{aligned}\delta_R\mathcal{L}_{30} = &\frac{\mathrm{i}}{4}S_{ik}^*\left(\partial_j\left(u_k^* + u_k\right) + \partial_k\left(u_j^* + u_j\right)\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}S_{jk}^*\left(\partial_i\left(u_k^* + u_k\right) + \partial_k\left(u_i^* + u_i\right)\right)\\ &- \mathrm{i}S_{ij}^*\partial_k\left(u_k^* + u_k\right)\end{aligned}$$

$$\delta_R\mathcal{L}_{40} = \frac{\mathrm{i}}{2}\delta_{ij}S_{lk}\partial_l\left(u_k^* + u_k\right) - \frac{\mathrm{i}}{4}S_{kk}\left(\partial_i\left(u_j^* + u_j\right) + \partial_j\left(u_i^* + u_i\right)\right)$$

$$\delta_R \mathcal{L}_{50} = \frac{\mathrm{i}}{2}\delta_{ij} S_{lk} \partial_l \left(u_k^* + u_k\right) - \frac{\mathrm{i}}{4} S_{kk}\left(\partial_i\left(u_j^* + u_j\right) + \partial_j\left(u_i^* + u_i\right)\right)$$

Reynolds 応力の時間変動の原因としては，圧力を含む外力 $-\nabla p/\rho + \boldsymbol{f}$ の揺らぎと速度場の揺らぎの積の平均がある。これは揺らぐ外力が流体になす仕事である。これに対応する量としてベクトル $\boldsymbol{P}$（これは外的条件なので実数とする）を導入し，$\mathrm{P} \equiv P_i \sigma_i$ を使い

$$\mathcal{L}_P = \frac{\mathrm{i}}{2}\mathrm{Tr}\left(\partial_i \mathrm{P}\left(\mathrm{S}_i^\dagger - \mathrm{S}_i\right)\right) = \mathrm{i}\partial_i P_j\left(S_{ij}^* - S_{ij}\right)$$

も用意しておく。R_{ij}^* に関する変分は

$$\delta_R \mathcal{L}_P = \mathrm{i}\left(\partial_i P_j + \partial_j P_i\right)$$

となる。

4. 中心がある場合の変分

次に中心がある, すなわち $\phi \neq 0, \boldsymbol{v} \neq 0$ の場合の Lagrangian 密度 ($\mathcal{L}_\mathrm{K}, \mathcal{L}_1 \sim \mathcal{L}_5$ 等添え字の”0”を除いた記号で表す）の v_i^* に関する変分を求める。$\mathcal{L}_\mathrm{L}'$ と $\mathcal{L}_\mathrm{L}''$ については前節で結果を与えている。

式（2.2.2）で与えられる $\mathcal{L}_\mathrm{K}$ において中心を明記すると

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\mathrm{K} = &\frac{\mathrm{i}}{4}\left(a_\mathrm{K}' + b_\mathrm{K}'\phi^*\right)\left(\left(\nabla v_i^*\right)^2 + \nabla S_{jk}^* \cdot \nabla S_{jk}^* - \left(\nabla v_i\right)^2 - \nabla S_{jk} \cdot \nabla S_{jk}\right) \\ &+ \frac{\mathrm{i}}{4}\left(a_\mathrm{K}'' + b_\mathrm{K}''\phi\right)\left(\left(\nabla \cdot \boldsymbol{v}^*\right)^2 + \partial_i S_{ik}^* \partial_j S_{jk}^* - \left(\nabla \cdot \boldsymbol{v}\right)^2 - \partial_i S_{ik} \partial_j S_{jk}\right) + c.c.\end{aligned} \tag{4.1}$$

である。乱流を記述する上で最も重要な相互作用は，既に述べたように微小な渦を媒介してエネルギーの散逸を引き起こすものであると期待される。その場合の鍵となる物理量が渦粘性で，DEVM では Φ の積がつくる群の中心で表される。実際，上記の相互作用は，$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{S}$ の散逸が中心である有効粘性 ϕ によっても起きることを表している。ただし，その強さは分らない。

R_{ij}^* に関する $\mathcal{L}_\mathrm{K}$ の変分によって生成される項は，変分後に場を実数にすると（4.1）より

$$\delta_R \mathcal{L}_\mathrm{K} = -\frac{\mathrm{i}}{2}\nabla\left(\left(a_\mathrm{K}' + b_\mathrm{K}'\phi\right) \cdot \nabla S_{ij}\right) - \frac{\mathrm{i}}{4}\left(\partial_i\left(a_\mathrm{K}'' + b_\mathrm{K}''\phi\right)\partial_m S_{jm} + \partial_j\left(a_\mathrm{K}'' + b_\mathrm{K}''\phi\right)\partial_m S_{im}\right) + c.c.$$

である。v_i^* に関する変分をとると

$$\delta_v \mathcal{L}_\mathrm{K} = -\frac{\mathrm{i}}{4}\nabla \cdot \left(\left(a_\mathrm{K}' + b_\mathrm{K}'\phi^*\right)\nabla v_i^*\right) - \frac{\mathrm{i}}{4}\partial_i\left(\left(a_\mathrm{K}'' + b_\mathrm{K}''\phi\right)\nabla \cdot \boldsymbol{v}^*\right) + c.c.$$

である。

表 3　中心がある行列場によって構成される Lagrangian から，変分 δv_i^* によって生じる項。全体に $-\mathrm{i}$ を掛けている。第 3 列は，場を実数化し $S_{kl}=2R_{kl}$ とおいたもの。

$\delta_v\mathcal{L}_\mathrm{L}$	$\dot{v}_i+\frac{1}{16}\left(\nabla\cdot\left(\left(\boldsymbol{u}^*+\boldsymbol{u}\right)v_i\right)+\left(\boldsymbol{u}^*+\boldsymbol{u}\right)\cdot\nabla v_i+\partial_k\left(\left(\phi^*+\phi\right)S_{ik}\right)+\left(\phi^*+\phi\right)\partial_k S_{ik}\right)$	$\dot{v}_i+\boldsymbol{u}\cdot\nabla v_i+\phi\partial_k R_{ik}+\frac{1}{2}\left(v_i\nabla\cdot\boldsymbol{u}+R_{ik}\partial_k\phi\right)$
$\delta_v\mathcal{L}_\mathrm{K}$	$-\frac{1}{4}\nabla\left(\left(a'_\mathrm{K}+b'_\mathrm{K}\phi^*\right)\cdot\nabla v_i^*\right)-\frac{1}{4}\partial_i\left(\left(a''_\mathrm{K}+b''_\mathrm{K}\phi\right)\nabla\cdot\boldsymbol{v}^*\right)$	$-\nabla\left(\left(a'_\mathrm{K}+b'_\mathrm{K}\phi\right)\cdot\nabla v_i\right)-\partial_i\left(\left(a''_\mathrm{K}+b''_\mathrm{K}\phi\right)\nabla\cdot\boldsymbol{v}\right)$
$\delta_v\mathcal{L}_1$	0	0
$\delta_v\mathcal{L}_2$	0	0
$\delta_v\mathcal{L}_3$	$\frac{1}{4}\partial_j\phi^*S_{ij}^*+\frac{1}{4}v_i^*\nabla\cdot\boldsymbol{u}^*$	$R_{ij}\partial_j\phi+v_i\nabla\cdot\boldsymbol{u}$
$\delta_v\mathcal{L}'_3$	$\frac{1}{4}\partial_j\phi S_{ij}^*+\frac{1}{4}v_i^*\nabla\cdot\boldsymbol{u}$	$R_{ij}\partial_j\phi+v_i\nabla\cdot\boldsymbol{u}$
$\delta_v\mathcal{L}_4$	$\frac{1}{4}\left(\boldsymbol{v}\cdot\nabla\left(u_i^*+u_i\right)+\partial_j\left(\phi^*+\phi\right)S_{ji}\right)-\frac{1}{4}\left(v_j\partial_i\left(u_j^*+u_j\right)+S_{jj}\partial_i\left(\phi^*+\phi\right)\right)$	$2\left(\boldsymbol{v}\cdot\nabla u_i+\partial_j\phi R_{ji}-v_j\partial_i u_j-R_{kk}\partial_i\phi\right)$
$\delta_v\mathcal{L}_5$	$-\delta_v\mathcal{L}_4-\frac{1}{4}S_{kk}\partial_i\phi^*+\frac{1}{4}S_{kk}\partial_i\phi$	$-\delta_v\mathcal{L}_4$

$\mathcal{L}_g$ も，式（2.3.1）で与えられるもの（$\mathcal{L}_{g0}$ とする）と中心からの寄与との和で表す：

$$\mathcal{L}_g=\mathcal{L}_{g0}+\frac{\mathrm{i}}{2}g_1\left(\boldsymbol{v}^{*2}-\boldsymbol{v}^2\right)$$

変分の結果は

$$\delta_R\mathcal{L}_g=\delta_R\mathcal{L}_{g0}$$
$$\delta_v\mathcal{L}_g=\mathrm{i}g_1v_i^*$$

となる。

変分を R_{ij}^* と v_i^* に関してとった結果を表 1，2 と表 3 に与えている。他の Lagrangian 項についても同様に変分を取ることができる。その結果も合わせて表 1〜3 に与えている。$\delta_v\mathcal{L}_P$ は 0 である。

乱流の性質を平均流速の勾配によって与えることができる。この場合に重要な量は変形速度テンソルと渦度テンソルである。このうち渦度テンソルと **R** の相互作用は $\mathcal{L}_{10}$，$\mathcal{L}_{10}$，$\mathcal{L}_{20}$ から現れる。他方，変形速度テンソルの相互作用は $\mathcal{L}_{30}$ に現れる。$\mathcal{L}_{40}$ と $\mathcal{L}_{50}$ には，この 2 種の他にトレース R_{kk}（乱流エネルギーを表すことが期待される）との相互作用が現れるのが特徴的である。

5. 運動方程式

運動方程式は，R_{ij} を対称行列要素として表 2〜3 の第 3 列の線形結合を 0 とおけば得られる。$\mathcal{L}_i$ の係数を a_i とする。粘性散逸項と圧力・外力項を取り入れないとき，R_{ij} と v_i の運動方程式は

$$\begin{aligned}\dot{R}_{ij}&+\boldsymbol{u}\cdot\nabla R_{ij}+\left(\frac{1}{4}-\alpha_1\right)\left(R_{ik}\left(\partial_k u_j-\partial_j u_k\right)+R_{jk}\left(\partial_k u_i-\partial_i u_k\right)\right)\\&\qquad+\frac{1}{2}\alpha_2\left(R_{ik}\left(\partial_k u_j+\partial_j u_k\right)+R_{jk}\left(\partial_k u_i+\partial_i u_k\right)\right)\\&-\nabla\cdot\left(\left(a_{\mathrm{K}}'+b_{\mathrm{K}}'\phi\right)\nabla R_{ij}\right)-\frac{1}{2}\left(\partial_i\left(a_{\mathrm{K}}''+b_{\mathrm{K}}''\phi\right)\partial_k R_{jk}+\partial_j\left(a_{\mathrm{K}}''+b_{\mathrm{K}}''\phi\right)\partial_k R_{ik}\right)\\&+g_0\delta_{ij}R_{kk}+g_1R_{ij}+\left(\frac{1}{2}-\alpha_2\right)R_{ij}\nabla\cdot\boldsymbol{u}\\&+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\alpha_2-\alpha_3\right)\left(v_i\partial_j\phi+v_j\partial_i\phi\right)+\frac{1}{2}\phi\left(\partial_i v_j+\partial_j v_i\right)\\&+\alpha_3\left(\delta_{ij}R_{lk}\partial_l u_k-\frac{1}{2}R_{kk}\left(\partial_i u_j+\partial_j u_i\right)+2\delta_{ij}\boldsymbol{v}\cdot\nabla\phi\right)=-\left(\partial_i P_j+\partial_j P_i\right)\end{aligned}\tag{5.1}$$

$$\begin{aligned}\dot{v}_i+\boldsymbol{u}\cdot\nabla v_i&=-2\alpha_3\boldsymbol{v}\cdot\nabla u_i+\nabla\left(\left(a_{\mathrm{K}}'+b_{\mathrm{K}}'\phi\right)\cdot\nabla v_i\right)+\partial_i\left(\left(a_{\mathrm{K}}''+b_{\mathrm{K}}''\phi\right)\nabla\cdot\boldsymbol{v}\right)-g_1v_i\\&-\phi\partial_k R_{ik}-\left(\frac{1}{2}+\alpha_2\right)v_i\nabla\cdot\boldsymbol{u}-\left(\frac{1}{2}+\alpha_2+2\alpha_3\right)R_{ik}\partial_k\phi+2\alpha_3\left(v_j\partial_i u_j+R_{kk}\partial_i\phi\right)\end{aligned}\tag{5.2}$$

となる。ここで $\alpha_1 \equiv a_1 + a_2$， $\alpha_2 \equiv a_3$， $\alpha_3 \equiv a_4 - a_5$ と置いた。R に関する方程式（以後 R 方程式，他も同様）の第 3 項以降は，通常の応力方程式での粘性散逸と圧力・外力によるエネルギー移動の効果を総合したものに対応する。

特に，(5.1) の R 方程式で $i=j$ として和をとると，$\Sigma \equiv R_{ii}/2$ として

$$
\begin{aligned}
&\dot{\Sigma} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\Sigma + \left(\frac{1}{4} - \alpha_1\right) R_{ik}\left(\partial_k u_i - \partial_i u_k\right) + \tfrac{1}{2}\alpha_2 R_{ik}\left(\partial_k u_i + \partial_i u_k\right) + \left(3g_0 + g_1\right)\Sigma \\
&\quad - \frac{1}{2}\partial_i\left(a''_{\mathrm{K}} + b''_{\mathrm{K}}\phi\right)\partial_k R_{ik} + \left(\frac{1}{2} - \alpha_2 - \alpha_3\right)\Sigma\nabla\cdot\boldsymbol{u} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\alpha_2 + 3\alpha_3\right)\boldsymbol{v}\cdot\nabla\phi + \frac{1}{2}\phi\nabla\cdot\boldsymbol{v} \\
&\quad = \nabla\cdot\left(\left(a'_{\mathrm{K}} + b'_{\mathrm{K}}\phi\right)\nabla\Sigma\right) - \nabla\cdot\boldsymbol{P}
\end{aligned}
$$

を得る。

これに相当する乱流の平均場方程式にはさまざまなものがあるが，Reynolds 応力方程式において，流れの揺らぎの 3 次平均を含む項を 2 次の項で表す近似を採用したものに次のものがある：

$$
\dot{K} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla K + R_{ik}\partial_k u_i = \nu\nabla^2 K - \varepsilon + C_T\partial_k\left(\frac{K}{\varepsilon}\left(R_{il}\partial_l R_{ik} + R_{kl}\partial_l K\right)\right)
$$

K は Reynolds 応力を R_{ij} としたときの速度揺らぎエネルギー $R_{ii}/2$， $\varepsilon \equiv \nu\overline{\left(\partial_i \breve{u}_j\right)^2}$ は揺らぎエネルギーの平均散逸を表す。C_T は定数である。右辺最後の項が揺らぎの 3 次平均の近似項である。K 方程式を Σ 方程式と比較すると $1/4 - \alpha_1 = \alpha_2/2 = 1/2$，すなわち

$$
\alpha_1 = -1/4,\ \alpha_2 = 1 \tag{5.3}
$$

ならば，R_{ik} と速度勾配との相互作用が Reynolds 応力と速度勾配の相互作用に対応する。また

$$\alpha'_{\mathrm{K}} = \nu$$

であれば，R_{ij} の拡散項が Reynolds 応力の拡散項に対応する。

Σ 方程式の，有効粘性を含む残りの項が Reynolds 応力方程式での右辺第 2, 3 項に対応すると考える。すると， Σ 方程式における ϕv_i が K 方程式での $C_T\left(K/\varepsilon\right)\left(R_{il}\partial_l R_{ik} + R_{kl}\partial_l K\right)$ に対応することになる。ϕ は渦粘性モデルにおける渦粘性 $\propto K^2/\varepsilon$ の役割を担うので，結局 $\boldsymbol{v}$ について

$$v_i \sim \left(R_{kl}\partial_l R_{ik} + R_{il}\partial_l K\right)/K$$

の対応関係が期待される。すなわち $\boldsymbol{v}$ は Reynolds 応力の空間変化の指標と考えられる。

DEVM は，分子粘性に基づく Reynolds 流体方程式とは別物であるので，パラメータが上記の値をとらなければならない理由はない。しかし，残念なことに DEVM 内部ではこれまでに導入した結合定数は一意的には定まらない。本稿では， α_i や α'_{K} を自由なパラメータと

して扱う。

6. DEVM における一様乱流

6.1 DEVM における一様乱流解の性質

一様乱流とは，Reynolds 応力が場所に依存しない流れである。現実にそのような流れが存在するかは疑わしいが，局所的に良い近似になることはあり得るし，理想化されているために数学的に取り扱いやすいのでモデル解析に用いられる。ここでは，我々のモデルがどのような一様乱流をもたらすかを調べる。

平均流と有効粘性が従う DEVM の式は以下のようであった（Takahashi 2017a, 2017b）：

$$\dot{u}_i + \boldsymbol{u}\cdot\nabla u_i = \nu_0 \nabla\cdot\left(\phi\nabla u_i\right) - \frac{\xi_0^2}{2}\partial_i\phi^2 - \frac{\partial_i p}{\rho} + f_i$$

$$\dot{\phi} + \nabla\cdot\left(\phi\boldsymbol{u}\right) = \lambda_0\nabla^2\phi - \frac{\nu_0}{2\xi_0}\left(\nabla\boldsymbol{u}\right)^2 - c_V\left(\xi_0^2 - \phi^2\right)$$

これと R 方程式，v 方程式を組み合わせて考える。R_{ij} が時間のみに依存するとして空間微分の項を落とし，R 方程式を次のように書く：

$$\begin{aligned}
&\dot{R}_{ij} + \left(\frac{1}{4} - \alpha_1\right)\left(R_{ik}\left(\partial_k u_j - \partial_j u_k\right) + R_{jk}\left(\partial_k u_i - \partial_i u_k\right)\right) + \left(\frac{1}{2} - \alpha_2\right)R_{ij}\nabla\cdot\boldsymbol{u} \\
&\quad + g_0\delta_{ij}R_{kk} + g_1 R_{ij} \\
&\quad + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\alpha_2 - \alpha_3\right)\left(v_i\partial_j\phi + v_j\partial_i\phi\right) + \frac{1}{2}\phi\left(\partial_i v_j + \partial_j v_i\right) \\
&\quad + \frac{1}{2}\alpha_2\left(R_{ik}\left(\partial_j u_k + \partial_k u_j\right) + R_{jk}\left(\partial_i u_k + \partial_k u_i\right)\right) + \alpha_3\left(\delta_{ij}R_{lk}\partial_l u_k - \frac{1}{2}R_{kk}\left(\partial_i u_j + \partial_j u_i\right)\right. \\
&\quad \left. + 2\delta_{ij}\mathbf{v}\cdot\nabla\phi\right) = -\left(\partial_i P_j + \partial_j P_i\right)
\end{aligned} \tag{6.1.1}$$

R_{ij} に空間依存性が無いための十分条件としては，$\boldsymbol{u}$ がたかだか座標の 1 次関数で，かつ i）ϕ が座標の 1 次関数で $\boldsymbol{v}$ が定ベクトル，または ii）ϕ が定数で $\boldsymbol{v}$ が座標の 1 次関数，の 2 つが考えられる。しかし，c_V が 0 でないときは ϕ 方程式の非線形性から ϕ が座標依存性を持てないので i）は ϕ と $\boldsymbol{v}$ は共に空間座標に関し一定を意味する。そこで，DEVM 方程式は

$$\dot{u}_i + \boldsymbol{u}\cdot\nabla u_i = -\frac{\partial_i p}{\rho} + f_i \tag{6.1.2}$$

$$\dot{\phi} = -\frac{\nu_0}{2\xi_0}\left(\nabla\boldsymbol{u}\right)^2 - c_V\left(\xi_0^2 - \phi^2\right) \tag{6.1.3}$$

となり，拡張部分は

(i) ϕ と $\boldsymbol{v}$ は共に空間的に一定の場合

$$\begin{aligned}
&\dot{R}_{ij}+\left(\frac{1}{4}-\alpha_1\right)\left(R_{ik}\left(\partial_k u_j-\partial_j u_k\right)+R_{jk}\left(\partial_k u_i-\partial_i u_k\right)\right)+g_0\delta_{ij}R_{kk}+g_1R_{ij}\\
&\quad+\frac{1}{2}\alpha_2\left(R_{ik}\left(\partial_j u_k+\partial_k u\right)_j+R_{jk}\left(\partial_i u_k+\partial_k u_i\right)\right)\\
&\quad+\alpha_3\left(\delta_{ij}R_{lk}\partial_l u_k-\frac{1}{2}R_{kk}\left(\partial_i u_j+\partial_j u_i\right)\right)=-\left(\partial_i P_j+\partial_j P_i\right)
\end{aligned} \tag{6.1.4}$$

$$\dot{v}_i+2\alpha_3\left(\boldsymbol{v}\cdot\nabla u_i-v_j\partial_i u_j\right)+g_1v_i=0 \tag{6.1.5}$$

(ii)　ϕ が空間的に一定で $\boldsymbol{v}$ が座標の 1 次関数の場合

$$\begin{aligned}
&\dot{R}_{ij}+\left(\frac{1}{4}-\alpha_1\right)\left(R_{ik}\left(\partial_k u_j-\partial_j u_k\right)+R_{jk}\left(\partial_k u_i-\partial_i u_k\right)\right)+g_0\delta_{ij}R_{kk}+g_1R_{ij}\\
&\quad+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\alpha_2-\alpha_3\right)\frac{1}{2}\phi\left(\partial_i v_j+\partial_j v_i\right)+\frac{1}{2}\alpha_2\left(R_{ik}\left(\partial_j u_k+\partial_k u_j\right)+R_{jk}\left(\partial_i u_k+\partial_k u_i\right)\right)\\
&\quad+\alpha_3\left(\delta_{ij}R_{lk}\partial_l u_k-\frac{1}{2}R_{kk}\left(\partial_i u_j+\partial_j u_i\right)\right)=-\left(\partial_i P_j+\partial_j P_i\right)
\end{aligned} \tag{6.1.6}$$

$$\dot{v}_i+\boldsymbol{u}\cdot\nabla v_i+2\alpha_3\left(\boldsymbol{v}\cdot\nabla u_i-v_j\partial_i u_j\right)+g_1v_i=0 \tag{6.1.7}$$

となる。

まず $\boldsymbol{u}$ と ϕ を決めよう。$\boldsymbol{u}$ の式は Reynolds 一様乱流のそれと同じであるから通常の議論が成り立つ。すなわち，$\boldsymbol{u}$ を

$$u_i=w_{ij}x_j,\ \mathrm{Trw}=0$$

とおく[1]。これを (6.1.2) に代入すると

$$\dot{w}_{ij}x_j+w_{ik}w_{kj}x_j=-\frac{\partial_i p}{\rho}+f_i$$

これより，圧力勾配と外力の組み合わせが座標の 1 次関数という極めて特殊な状況でのみ一様乱流が可能なことがわかる。

外力が保存力と仮定すると右辺の回転は 0 である。したがって

$$0=\varepsilon_{kim}\partial_m\left(\dot{w}_{ij}x_j+w_{il}w_{lj}x_j\right)=\varepsilon_{kij}\left(\dot{w}_{ij}+w_{il}w_{lj}\right)$$

が全ての k について成り立つ。w を対称成分と反対称成分に分け

$$w_{ij}=s_{ij}+a_{ij}$$

---

[1] このとき $\nabla^2\boldsymbol{u}=0$ なので，以下で求める解は粘性流体の解にもなっている。

これを上式に代入すると

$$\varepsilon_{kij}\left(\dot{a}_{ij}+a_{il}s_{lj}+s_{il}a_{lj}\right)=0$$

ε_{kij} を掛けて k について和を取ると

$$\dot{a}_{ij}+a_{il}s_{lj}+s_{il}a_{lj}=0$$

となる。直交変換で対称成分を対角化して

$s_{ij}=\lambda_i\delta_{ij}$（$i$ について和を取らない）

$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0$（非圧縮性）

とすると $\dot{a}_{ij}+\left(\lambda_i+\lambda_j\right)a_{ij}=0$ によって a_{ij} が

$$a_{ij}\left(t\right)=a_{ij}\left(0\right)\exp\left(-\int_0^t\left(\lambda_i\left(t'\right)+\lambda_j\left(t'\right)\right)dt'\right)$$

のように表わされる。この a_{ij} をもとの Navier-Stokes 方程式に代入すると λ_i の方程式が得られる。λ_i は実数で正のものがあれば必ず負のものもある。したがって，a_{ij} は絶対値が増大するものがあれば必ず減少するものもある。

　このとき

$$\left(\nabla\boldsymbol{u}\right)^2=w_{ij}^2=s_{ij}^2+a_{ij}^2$$

であるので，これを（6.1.3）に代入すると ϕ の時間についての 1 階微分方程式が定まる。こうして $\boldsymbol{u}$ と ϕ が決まったので，次に i）と ii）の場合について $\boldsymbol{v}$ と R_{ij} を決定する。ここで

$$\partial_j u_i-\partial_i u_j=2a_{ij}$$

$$\partial_j u_i+\partial_i u_j=2s_{ij}$$

の関係式を用いる。$-2a_{ij}$ は平均渦度，$2s_{ij}$ は平均変形速度である。

　ϕ 方程式は

$$\dot{\phi}=c_V\phi^2-c_V\xi_0^2-\frac{\nu_0}{2\xi_0}\left(w_{ij}\left(t\right)\right)^2 \tag{6.1.8}$$

の形をとるので数値的に解くことができる。

(i) の場合，v 方程式は

$$\dot{v}_i+4\alpha_3 a_{ij}v_j+g_1 v_i=0$$

である。$\left\{a_{ij}\right\}$ の固有値が 0 および $\pm\mathrm{i}\sqrt{a_{12}^2+a_{13}^2+a_{23}^2}$ であることを使えば上の方程式は簡単に解ける。Takahashi（2018）では $g_1>0$ であった。このとき，$t\to\infty$ で $\left|v_i\right|$ は一般に指数関数的に減少し $\boldsymbol{v}=0$ に近づく。また，R_{ij} が対称であることから

$$\dot{R}_{ij}+\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(R_{ik}a_{jk}+R_{jk}a_{ik}\right)+\alpha_2\left(R_{ik}s_{kj}+R_{jk}s_{ki}\right)+\alpha_3\left(\delta_{ij}s_{kl}R_{lk}-s_{ij}R_{kk}\right)$$
$$+g_0\delta_{ij}R_{kk}+g_1R_{ij}=-\left(\partial_iP_j+\partial_jP_i\right)$$

を得る。

(ii) の場合

$$v_i=\tilde{w}_{ij}x_j$$

とおいて（6.1.7）と（6.1.6）に代入して

$$\dot{\tilde{w}}_{ij}+w_{lj}\tilde{w}_{il}+4\alpha_3a_{ik}\tilde{w}_{kj}+g_1\tilde{w}_{ij}=0 \tag{6.1.9}$$

$$\dot{R}_{ij}+\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(a_{jk}R_{ik}+a_{ik}R_{jk}\right)+\alpha_2\left(s_{kj}R_{ik}+s_{ki}R_{jk}\right)+\alpha_3\left(\delta_{ij}s_{kl}R_{lk}-s_{ij}R_{kk}\right)+g_0\delta_{ij}R_{kk}+g_1R_{ij}$$
$$=-\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\alpha_2-\frac{1}{2}\alpha_3\right)\phi\left(\tilde{w}_{ij}+\tilde{w}_{ji}\right)-\left(\partial_iP_j+\partial_jP_i\right) \tag{6.1.10}$$

これらは $\tilde{w}$ と R_{ij} の線形微分方程式なので原則として容易に解くことができる。式（6.1.9）より，g_1 が正で十分大きければ $w_{ij}\left(t\to\infty\right)\to0$ でやはり $\boldsymbol{v}\left(t\to\infty\right)\to0$ である。

6.2　ϕ と $\boldsymbol{v}$ が共に空間的に一定の場合の特殊な解

ϕ と $\boldsymbol{v}$ は共に空間的に一定の場合－**6.1** の (i)－の特殊な解を求めてみる。そのためにまず $\boldsymbol{w}$ と $\boldsymbol{F}$ に対する条件を決定する。圧力勾配とポテンシャル外力の寄与は

$$-\frac{\partial_ip}{\rho}+f_i\equiv F_{ij}x_j$$

の形に書かれる。このとき

$$\dot{w}_{ij}x_j+w_{ik}w_{kj}x_j=F_{ij}x_j$$

より

$$\dot{w}_{ij}+w_{ik}w_{kj}=F_{ij} \tag{6.2.1}$$

である。特殊な場合として，$\boldsymbol{f}$ がポテンシャル力であれば $\nabla\times\left(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{x}\right)\Big|_i=\varepsilon_{ijk}F_{jk}=0$ なので F_{ij} は対称となる。便宜上，F_{ij} を対称成分と反対称成分に分けておく：

$$F_{ij} = F_{ij}^{(s)} + F_{ij}^{(a)}$$

$$F_{ij}^{(s)} = \frac{1}{2}\left(F_{ij} + F_{ji}\right),\ F_{ij}^{(a)} = \frac{1}{2}\left(F_{ij} - F_{ji}\right)$$

行列 $\boldsymbol{w}$ は対称成分が対角化されているとしたので

$$\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \xi & \eta \\ -\xi & \lambda_2 & \zeta \\ -\eta & -\zeta & \lambda_3 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{s} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 0 & \xi & \eta \\ -\xi & 0 & \zeta \\ -\eta & -\zeta & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}^2 = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 - \xi^2 - \eta^2 & -\eta\zeta & \xi\zeta \\ -\eta\zeta & \lambda_2^2 - \xi^2 - \zeta^2 & -\xi\eta \\ \xi\zeta & -\xi\eta & \lambda_3^2 - \eta^2 - \zeta^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\xi\lambda_3 & -\eta\lambda_2 \\ \xi\lambda_3 & 0 & -\zeta\lambda_1 \\ \eta\lambda_2 & \zeta\lambda_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{6.2.2}$$

$$w_{ij}^2 = s_{ij}^2 + a_{ij}^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + 2\left(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2\right)$$

と書ける。ここで Tr$\boldsymbol{w}$=0，すなわち $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ を使った。(6.2.1) の対称成分を比較して

$$\begin{aligned} &\dot{\lambda}_1 + \lambda_1^2 - \xi^2 - \eta^2 = F_{11}^{(s)} \\ &\dot{\lambda}_2 + \lambda_2^2 - \xi^2 - \zeta^2 = F_{22}^{(s)} \\ &\dot{\lambda}_3 + \lambda_3^2 - \eta^2 - \zeta^2 = F_{33}^{(s)} \\ &\eta\zeta = -F_{12}^{(s)},\ \xi\zeta = F_{13}^{(s)},\ \xi\eta = -F_{23}^{(s)} \end{aligned} \tag{6.2.3}$$

同様に反対称成分を比較して

$$\begin{aligned} &\dot{\xi} - \lambda_3\xi = F_{12}^{(a)} \\ &\dot{\eta} - \lambda_2\eta = F_{13}^{(a)} \\ &\dot{\zeta} - \lambda_1\zeta = F_{23}^{(a)} \end{aligned} \tag{6.2.4}$$

でなければならない。

外力が保存力でなく F_{ij} が反対称成分を持つときは，$\boldsymbol{F}$ を時間に依存しない定数とすると，全ての量が時間に依存しない定常解が許される。“一様乱流” は通常そのような場合を想定しており，そのときの一様乱流の性質はよく調べられている（Davidson 2015）。ここでは時間依存性に興味があり，まず $\boldsymbol{F}$ が反対称成分を有する定数とした場合を調べ，次に外力が保存力，すなわち $\boldsymbol{F}$ が対称の場合について考察する。

6.2.1　F が反対称成分を持つ定数の場合

（6.2.1）と（6.2.2）から $\boldsymbol{w}$ が定数となる解が存在し

$$\lambda_1^2-\xi^2-\eta^2=F_{11}^{(s)}$$
$$\lambda_2^2-\xi^2-\zeta^2=F_{22}^{(s)}$$
$$\lambda_3^2-\eta^2-\zeta^2=F_{33}^{(s)}$$
$$-\lambda_3\xi=F_{12}^{(a)},\quad -\lambda_2\eta=F_{13}^{(a)},\quad -\lambda_1\zeta=F_{23}^{(a)}$$

を満たす。ただし，Tr$\boldsymbol{w}$＝0 より

$$\frac{F_{12}^{(a)}}{\xi}+\frac{F_{13}^{(a)}}{\eta}+\frac{F_{23}^{(a)}}{\zeta}=0$$

の関係がある。これらの λ_i と ξ,η,ζ を用いて，平均流速は $u_i=w_{ij}x_j$，すなわち

$$\begin{aligned}u_x&=\lambda_1x+\xi y+\eta z\\u_y&=-\xi x+\lambda_2y+\zeta z\\u_z&=-\eta x-\zeta y+\lambda_3z\end{aligned}\tag{6.2.5}$$

と表わされる。

3次元流で簡単な場合，$\eta=\xi=0$，を考えよう。座標を時間とともに移動する流体要素の位置とする。すると，各時刻における流体要素の速度 $\boldsymbol{u}$ も時間の関数となる。そこで，時間で両辺を微分して

$$\begin{aligned}\dot{u}_x&=\lambda_1u_x+\xi u_y\\\dot{u}_y&=-\xi u_x+\lambda_2u_y\\\dot{u}_z&=\lambda_3u_z\end{aligned}\tag{6.2.6}$$

となる。$u_z\sim e^{\lambda_3t}$ である。$u_x,u_y\sim e^{\gamma t}$ とおくと

$$\gamma=\frac{1}{2}\left(\lambda_1+\lambda_2\pm\sqrt{\left(\lambda_1-\lambda_2\right)^2-4\xi^2}\right)$$

となる。$\left|\lambda_1-\lambda_2\right|$ と $2\left|\xi\right|$ の大小関係によって，

$\left(\lambda_1-\lambda_2\right)^2-4\xi^2>0$　単純減衰・単純増幅，

$\left(\lambda_1-\lambda_2\right)^2-4\xi^2=0$　臨界減衰・臨界増幅，

$\left(\lambda_1-\lambda_2\right)^2-4\xi^2<0$　減衰振動・増幅振動

が起きる。例を図1に示す。

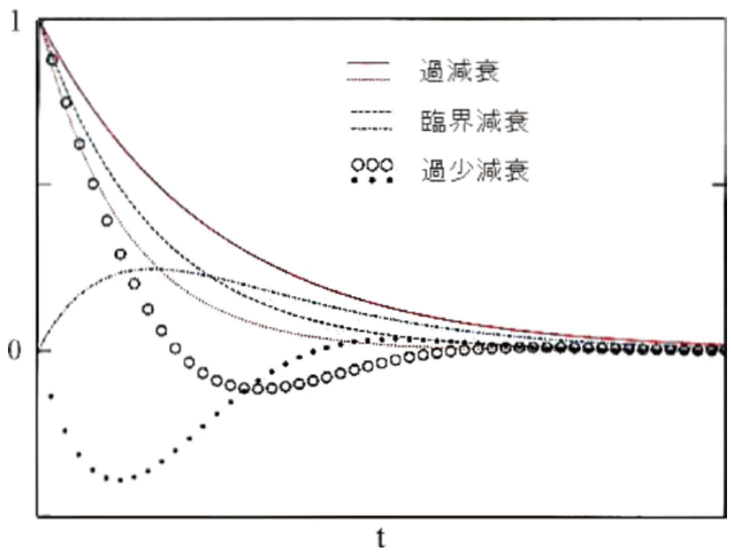


図 1.　$\lambda_1=-2,\ \lambda_2=\lambda_3=1,\ \mathrm{Re}\gamma<0$ のときの解の振舞い。$\xi=0$（過減衰），3/2（臨界減衰），2（過少減衰）の場合の独立解を描いている。臨界運動のときの独立解は $e^{\gamma t}$ と $te^{\gamma t}$ であることに注意。

$\boldsymbol{w}$ が定数なので，時間に依存しない正の ϕ が存在する：

$$\phi=\sqrt{\xi_0^2+\left(g_1/c_V\right)\left(w_{ij}\right)^2}\equiv\phi_0$$

これは平均速度が 0 のとき静止流体の値 ξ_0 となる自然な解である。時間に依存する解は

$\phi=-\phi_0\tanh\left(c_V\phi_0 t\right)$ または $\phi=-\phi_0\coth\left(c_V\phi_0 t\right)$ で，$t\to\infty$ で負になるので不適である。

6.2.2　$\boldsymbol{F}$ が定数対称行列の場合

対称成分については（6.2.3）が成り立つ。簡単な 2 次元流

$$\boldsymbol{F}^{(a)}=F_{33}^{(s)}=0,\ F_{11}^{(s)}=F_{22}^{(s)},\ \eta=\zeta=\lambda_3=0$$

のときは，$\lambda_1=-\lambda_2=\lambda$ とおいて

$$u_x=\lambda x-\xi y,\quad u_y=\xi x-\lambda y$$

となる。流れ関数を $\psi=\lambda xy-\xi\left(x^2+y^2\right)/2$ とおけば

$$u_i=\varepsilon_{ij}\partial_j\psi$$

である。(x,y) を流体要素の座標とすると $u_x=\dot{x},u_y=\dot{y}$ より

$$\ddot{u}_i=\left(\lambda^2-\xi^2\right)u_i$$

となる。図 2 に示すように，流線は λ と ξ の大小関係によって，双曲線，直線，楕円となる。

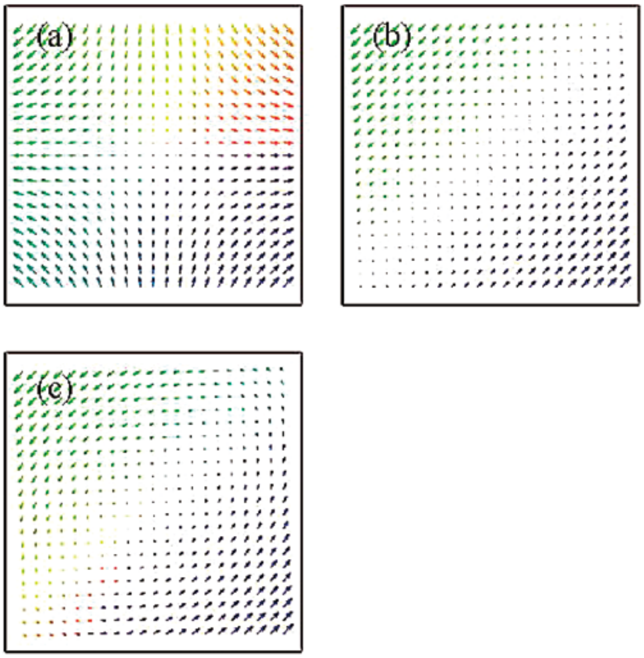


図 2.　2 次元流の流れの種類。(a) 双曲線流：$|\lambda|>|\xi|$, (b) 直線流：$|\lambda|=|\xi|$, (c) 楕円流：$|\lambda|<|\xi|$。

6.2.3　F_{ij} が対角で $\boldsymbol{w}$ が時間に依存する場合

最も単純な，F_{11} と F_{22} を除いて $F_{ij}=0$ の場合を考える。このとき，ξ, η, ζ の少なくともどれか 2 つが 0 となる。ここでは $\eta=\zeta=0$ とする。すると

$$\dot{\lambda}_1=-\lambda_1^2+\xi^2+F_{11}^{(s)}$$

$$\dot{\lambda}_2=-\lambda_2^2+\xi^2+F_{22}^{(s)}$$

$$\dot{\lambda}_3=-\lambda_3^2$$

$$\dot{\xi}=\lambda_3\xi$$

λ_3 と ξ は直ちに解くことができる。$\lambda_3=0$ は解である。このとき ξ は定数で

$$\lambda_1^2=\xi^2+F_{11}^{(s)},\quad \lambda_2^2=\xi^2+F_{22}^{(s)}$$

という定常解がある（$F_{11}^{(s)}$ と $F_{22}^{(s)}$ が定常として）。

$\lambda_3\neq 0$ の解は（特異点を $t=0$ にとって）

$$\lambda_3=\frac{1}{t},\ \xi=ct$$

である。c は定数である。$c \neq 0$ は時間に比例して増大する速度成分があることを意味する。この場合，流体のエネルギー密度は時間の 2 乗に比例して急速に増大する。外部に強力なエネルギーの供給源があるときに可能な解である。ここではそのようなエネルギー源はないとして $c = 0$ とする。したがって

$$\xi = 0$$

すなわち非対角成分は全て 0 である。

λ_1 と λ_2 は $F_{11}^{(s)}$ と $F_{22}^{(s)}$ に依存しすぐには決まらない。ただ，$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ の条件より

$$\lambda_1 = \frac{a_1}{t} + g(t),\ \lambda_2 = \frac{a_2}{t} - g(t) \qquad (6.2.7)$$
$$a_1 + a_2 = -1$$

でなければならない。よって

$$\dot{g} - \frac{a_1}{t^2} = -\left(g + \frac{a_1}{t}\right)^2 + F_{11}^{(s)}$$

$$\dot{g} + \frac{a_2}{t^2} = \left(g - \frac{a_2}{t}\right)^2 - F_{22}^{(s)}$$

この 2 つが矛盾しないためには $F_{11}^{(s)}$ あるいは $F_{22}^{(s)}$ が非ゼロでなければならない。

地球上の環境あるいは実験室内では $F_{11}^{(s)}$ と $F_{22}^{(s)}$ が共に $O(t^2)$ 以上の発散をすることは稀だろう。そうした発散が無いという条件下では，解は

$$g(t) \sim o(t),\quad t \to \infty$$

でなければならない。すると

$$F_{11}^{(s)} = \dot{g} - \frac{a_1}{t^2} + \left(g + \frac{a_1}{t}\right)^2,\quad F_{22}^{(s)} = -\dot{g} - \frac{a_2}{t^2} + \left(g - \frac{a_2}{t}\right)^2$$

$t \to \infty$ で乱流系が定常的になる，すなわちあらゆる平均が定数に近づくとして，最も単純に g を定数とすると

$$F_{11}^{(s)} = \frac{a_1^2 - a_1}{t^2} + \frac{2fa_1}{t} + g^2,\quad F_{22}^{(s)} = \frac{a_2^2 - a_2}{t^2} - \frac{2fa_2}{t} + g^2$$

となる。この結果は（6.1.2）すなわち Euler 方程式を解いて得られたもので，モデルに依存しない。

ϕ については

$$\dot{\phi} = c_V\phi^2 - c_V\xi_0^2 - g_1 w_{ij}^2$$

$$w_{ij}^2(t) = \left(\frac{a_1}{t} + g\right)^2 + \left(\frac{a_2}{t} - g\right)^2 + \frac{1}{t^2} = \frac{a_1^2 + a_2^2 + 1}{t^2} + 2\frac{a_1 - a_2}{t} g + 2g^2$$

を解けばよい。ϕ_0 を定数として

$$\phi = \frac{\alpha}{t} + \phi_0$$

とおくと

$$-\frac{\alpha}{t^2} = c_V\left(\phi_0^2 + \frac{2\alpha}{t}\phi_0 + \frac{\alpha^2}{t^2}\right) - c_V\xi_0^2 - g_1\left(\frac{a_2^2 + a_2^2 + 1}{t^2} + 2\frac{a_1 - a_2}{t} g + 2g^2\right)$$

となるので，t のべき乗の各項を比較して

$$-\alpha = c_V\alpha^2 - g_1\left(a_1^2 + a_2^2 + 1\right)$$

$$2c_V\alpha\phi_0 - 2g_1 g\left(a_1 - a_2\right) = 0$$

$$c_V\phi_0^2 - c_V\xi_0^2 - 2g_1 g^2 = 0$$

が成り立つ。これより

$$\alpha = \frac{\sqrt{1 + 4g_1\left(a_1^2 + a_2^2 + 1\right)} - 1}{2c_V}$$

$$\phi_0 = \xi_0\left(1 - \frac{2c_V\alpha^2}{g_1\left(a_1 - a_2\right)^2}\right)^{-1/2}$$

$$g = \operatorname{sgn}\left(a_1 - a_2\right)\frac{c_V\alpha\xi_0}{\left(g_1^2\left(a_1 - a_2\right)^2 - 2g_1 c_V\alpha^2\right)^{1/2}}$$

を得る。

a_{ij} は全ての成分が 0 なので $\boldsymbol{v}$ は時間依存性を持たない。R 方程式は成分で表すと

$$
\begin{aligned}
&\dot{R}_{xx}+\left(2\alpha_2\lambda_1+g_1\right)R_{xx}+g_0\Sigma+\alpha_3\left(\left(\lambda_2-\lambda_1\right)R_{yy}+\left(\lambda_3-\lambda_1\right)R_{zz}\right)=-2\partial_xP_x\\
&\dot{R}_{yy}+\left(2\alpha_2\lambda_2+g_1\right)R_{yy}+g_0\Sigma+\alpha_3\left(\left(\lambda_1-\lambda_2\right)R_{xx}+\left(\lambda_3-\lambda_2\right)R_{zz}\right)=-2\partial_yP_y\\
&\dot{R}_{zz}+\left(2\alpha_2\lambda_3+g_1\right)R_{zz}+g_0\Sigma+\alpha_3\left(\left(\lambda_1-\lambda_3\right)R_{xx}+\left(\lambda_2-\lambda_3\right)R_{yy}\right)=-2\partial_zP_z\\
&\dot{R}_{xy}+\left(\alpha_2\left(\lambda_1+\lambda_2\right)+g_1\right)R_{xy}=-\left(\partial_xP_y+\partial_yP_x\right)\\
&\dot{R}_{xz}+\left(\alpha_2\left(\lambda_1+\lambda_3\right)+g_1\right)R_{xz}=-\left(\partial_xP_z+\partial P_x\right)\\
&\dot{R}_{yz}+\left(\alpha_2\left(\lambda_2+\lambda_3\right)+g_1\right)R_{yz}=-\left(\partial_yP_z+\partial_zP_y\right)
\end{aligned}
\tag{6.2.8}
$$

ただし

$$
\lambda_1-\lambda_2=\frac{a_1-a_2}{t}+2g,\ \lambda_1-\lambda_3=\frac{a_1-1}{t}+g,\ \lambda_2-\lambda_3=\frac{a_2-1}{t}-g
$$

である。$i\neq j$ に対し $\partial_iP_j=0$ とすると非対角成分はすぐに求まる：

$$
\begin{aligned}
&R_{xy}\propto t^{\alpha_2}\mathrm{e}^{-g_1t}\\
&R_{xz}\propto t^{\alpha_2a_2}\,\mathrm{e}^{-\left(\alpha_2g+g_1\right)t}\\
&R_{yz}\propto t^{\alpha_2a_1}\,\mathrm{e}^{\left(\alpha_2g-g_1\right)t}
\end{aligned}
\tag{6.2.9}
$$

外力は定数に向かって近づくのでいずれ粘性力と釣り合うはずで，R_{ij} を Reynolds 応力とみなしたとき，それが時間とともにどこまでも増大することはあり得ない。例えば，

$$
\alpha_2>0,\ g_1<0,\ g_1<\alpha_2g<-g_1 \tag{6.2.10}
$$

のときは R_{xy}, R_{yx}, R_{xz} は指数関数的に増大する不安定解のみが存在する。このような不安定性は非線形項を導入することで最終的に取り除かれるべきものである。$g_1>0$，$-g_1<\alpha_2g<g_1$ であれば線形レベルで安定解となる。乱流は系の不安定性に由来するもので，乱流モデルは線形レベルで成長するモードを含んでいなければならない。条件（6.2.10）はそのための十分条件である。

$g_1=0$ では，成分ごとに冪関数的増大または減衰と指数関数的増大・減少が現れる。

6.2.3.1　Reynolds 応力が定数となる条件

対角成分については，外力が定数という条件のもとで定数となる解が存在する条件を探してみよう。

$$
\partial_iP_i=-q_i\quad（左辺は\ i\ について和をとらない）
$$

として (6.2.8) は，（以後 $a\equiv a_1, b\equiv a_2$ と書く）

$$\dot{R}_{xx}+2\alpha_2\left(\frac{a}{t}+g+\frac{g_0+g_1}{2\alpha_2}\right)R_{xx}+\alpha_3\left(\left(\frac{b-a}{t}-2g+\frac{g_0}{\alpha_3}\right)R_{yy}+\left(\frac{1-a}{t}-g+\frac{g_0}{\alpha_3}\right)R_{zz}\right)=2q_x$$

$$\dot{R}_{yy}+2\alpha_2\left(\frac{b}{t}-g+\frac{g_0+g_1}{2\alpha_2}\right)R_{yy}+\alpha_3\left(\left(\frac{a-b}{t}+2g+\frac{g_0}{\alpha_3}\right)R_{xx}+\left(\frac{1-b}{t}+g+\frac{g_0}{\alpha_3}\right)R_{zz}\right)=2q_y$$

$$\dot{R}_{zz}+2\alpha_2\left(\frac{1}{t}+\frac{g_0+g_1}{2\alpha_2}\right)R_{zz}+\alpha_3\left(\left(\frac{a-1}{t}+g+\frac{g_0}{\alpha_3}\right)R_{xx}+\left(\frac{b-1}{t}-g+\frac{g_0}{\alpha_3}\right)R_{yy}\right)=2q_z$$

（6.2.11）

となるが，ここで $\dot{R}_{ii}=0$ （i について和をとらない）を仮定するのである。$1/t$ の係数が 0 となる条件は

$$2\alpha_2 aR_{xx}-\alpha_3(a-b)R_{yy}-\alpha_3(a-1)R_{zz}=0$$

$$\alpha_3(a-b)R_{xx}+2\alpha_2 bR_{yy}-\alpha_3(b-1)R_{zz}=0$$

$$\alpha_3(a-1)R_{xx}+\alpha_3(b-1)R_{yy}+2\alpha_2R_{zz}=0$$

である。系数行列の行列式を 0 とおくことにより

（1）
$$a=0,\ b=-1$$
$$\alpha_3R_{xx}=2(\alpha_2-\alpha_3)R_{zz},\ R_{yy}=R_{zz}$$

または

（2）
$$a=-1,\ b=0$$
$$\alpha_3R_{yy}=2(\alpha_2-\alpha_3)R_{zz},\ R_{xx}=R_{zz}$$

または

（3） $\alpha_2/\alpha_3=\pm 3/2$

を得る。

$R_{ii}>0$ とすると，第 1 または第 2 の条件下では $\alpha_2/\alpha_3>1$ である。

第 3 の条件下では $a(=-1-b)$ は任意である。もしも Reynolds 平均モデルとの対応から得た条件 $\alpha_2=1$ を課すならば，それと最後の条件から

$$(\alpha_2,\alpha_3)=(1,\pm 2/3) \qquad (6.2.12)$$

となる。これらを A，B で表す。また，第 3 の条件下では R_{ii} は

$$\frac{R_{yy}}{R_{xx}}=-\frac{2(\alpha_2/\alpha_3)(a-b)+(a-1)(b-1)}{b^2+7b+1}$$

$$\frac{R_{zz}}{R_{xx}}=\frac{(a-b)(b-1)-(9/2)(\alpha_3/\alpha_2)(a-1))b}{b^2+7b+1}$$

の関係にある。A 点では

$$R_{xx}=R_{yy}=R_{zz}$$

である。t^0 の定数項は外力との関係で決まる。

6.2.3.2　Reynolds 応力が時間に依存する解

時間に依存する解は，（6.2.11）において $\dot{R}_{ii}$ を残すことで得られる。R_{ii} に任意の時間依存性を与え，それによって q_i を定義すれば任意の解が得られる。ここでは，定常乱流をつくるときに外力は一定とした場合を考えてみる。一般的には

$$R_{ii}=\frac{c_i}{t^s}+d_i \tag{6.2.13}$$

を仮定するのが妥当であるがここではべき指数を $s=1$ としてみよう。方程式（6.2.11）は

$$-\frac{c_x}{t^2}+2\alpha_2\left(\frac{ac_x}{t^2}+\frac{ad_x+g_{x1}c_x}{t}+g_{x1}d_x\right)$$
$$-\alpha_3\left(\frac{(a-b)c_y+(a-1)c_z}{t^2}+\frac{(a-b)d_y+2g_{x2}c_y+(a-1)d_z+g_{x3}c_z}{t}+2g_{x2}d_y+g_{x3}d_z\right)=2q_x$$

$$-\frac{c_y}{t^2}+2\alpha_2\left(\frac{bc_y}{t^2}+\frac{bd_y-g_{y1}c_y}{t}-g_{y1}d_y\right)$$
$$+\alpha_3\left(\frac{(a-b)c_x-(b-1)c_z}{t^2}+\frac{(a-b)d_x+2g_{y2}c_x-(b-1)d_z+g_{y3}c_z}{t}+2g_{y2}d_x+g_{y3}d_z\right)=2q_y$$

$$-\frac{c_z}{t^2}+2\alpha_2\left(\frac{c_z}{t^2}+\frac{d_z}{t}+g_{z1}d_z\right)$$
$$+\alpha_3\left(\frac{(a-1)c_x+(b-1)c_y}{t^2}+\frac{(a-1)d_x+g_{z2}c_x+(b-1)d_y-g_{z3}c_y}{t}+g_{z2}d_x-g_{z3}d_y\right)=2q_z$$

となる。ここで

$$g_{x1}=g+\frac{g_0+g_1}{2\alpha_2},\ g_{x2}=g-\frac{g_0}{2\alpha_3},\ g_{x3}=g-\frac{g_0}{\alpha_3}$$

$$g_{y1}=g-\frac{g_0+g_1}{2\alpha_2},\ g_{y2}=g+\frac{g_0}{2\alpha_3},\ g_{y3}=g+\frac{g_0}{\alpha_3}$$

$$g_{z1}=\frac{g_0+g_1}{2\alpha_2},\quad g_{z2}=g+\frac{g_0}{\alpha_3},\ g_{z3}=g-\frac{g_0}{\alpha_3}$$

と定義した。t の各べき項を比較して

$$\begin{aligned}&\left(-1+2\alpha_2 a\right)c_x-\alpha_3\left(\left(a-b\right)c_y+\left(a-1\right)c_z\right)=0\\&2\alpha_2\left(ad_x+g_{x1}c_x\right)-\alpha_3\left(\left(a-b\right)d_y+2g_{x2}c_y+\left(a-1\right)d_z+g_{x3}c_z\right)=0\\&2\alpha_2 g_1 d_x-\alpha_3\left(2g_{x2}d_y+g_{x3}d_z\right)=2q_x\end{aligned}\tag{6.2.14}$$

$$\begin{aligned}&\left(-1+2\alpha_2 b\right)c_y+\alpha_3\left(\left(a-b\right)c_x-\left(b-1\right)c_z\right)=0\\&2\alpha_2\left(bd_y-g_{y1}c_y\right)+\alpha_3\left(\left(a-b\right)d_x+2g_{y2}c_x-\left(b-1\right)d_z+g_{y3}c_z\right)=0\\&-2\alpha_2 g_{y1}d_y+\alpha_3\left(2g_{y2}d_x+g_{y3}d_z\right)=2q_y\end{aligned}\tag{6.2.15}$$

$$\begin{aligned}&\left(-1+2\alpha_2\right)c_z+\alpha_3\left(\left(a-1\right)c_x+\left(b-1\right)c_y\right)=0\\&2\alpha_2 d_z+\alpha_3\left(\left(a-1\right)d_x+g_{z2}c_x+\left(b-1\right)d_y-g_{z3}c_y\right)=0\\&2\alpha_2 g_{z1}d_z+\alpha_3\left(g_{z2}d_x-g_{z3}d_y\right)=2q_z\end{aligned}\tag{6.2.16}$$

式（6.2.14），（6.2.15），（6.2.16）の係数行列式を 0 とおいて

$$ab=\frac{1-4\alpha_2^2+6\alpha_3^2}{-4\alpha_2^2+6\alpha_3^2+2\alpha_2\left(4\alpha_2^2-9\alpha_3^2\right)}\tag{6.2.17}$$

の場合に c_i に対する解があることが分かる。より具体的には

$$\frac{c_y}{c_x}=\frac{\left(2\alpha_2 a-1\right)\left(b-1\right)+\alpha_3\left(a-1\right)\left(b-a\right)}{\left(2\alpha_2 b-1\right)\left(a-1\right)+\alpha_3\left(b-1\right)\left(a-b\right)}$$

$$\frac{c_z}{c_x}=\frac{2\alpha_2 a-1}{\alpha_3\left(a-1\right)}-\frac{c_y}{c_x}$$

である。

式（6.2.17）は，α_2 と α_3 が決まっていると ab が決まることを意味する。条件（6.2.7）より $a+b=-1$ なので式（6.2.17）によって a と b が決まる。残りの式によって，d_i と q_i が c_i を使って表わされる。

（6.2.7）の条件は a と b の少なくとも 1 つは負であることを意味する。a と b について実

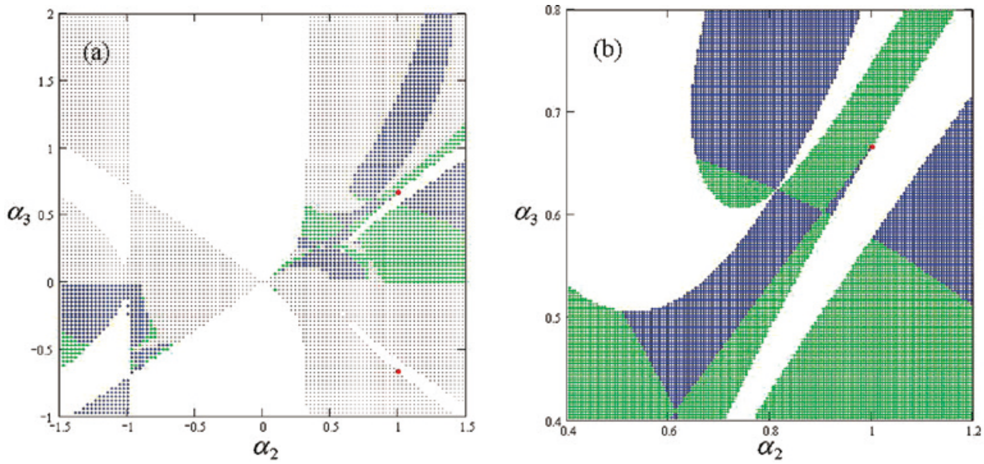


図 3. 左図：条件（6.2.7）と（6.2.18）を満たす（α_2,α_3）の領域を小さい（灰赤），および次に大きい（青と緑）点で埋められた部分として示す。2 番目に大きい点は，全ての i についてそれぞれ $gd_i \geq 0$（青）と $gd_i \leq 0$（緑）となる領域を示す。最も大きい 2 つの赤い点は（1, 2/3）と（1, −2/3）を表す。右図は，左図の $gd_i \geq 0$ と $gd_i \leq 0$ となる領域の一部を拡大したもの。

数解があるためには，ab 面で直線 $a+b=-1$ と双曲線（6.2.17）は交わらねばならず

$$ab \leq 1/4 \tag{6.2.18}$$

すなわち式（6.2.17）の右辺が 1/4 以下でなければならない。

以後, 簡単のために特に断らなければ $g_0 = g_1 = 0$ の場合に話を限る。このとき条件(6.2.18)を満たす α_2 と α_3 の領域を図 3 に示す。青と緑の領域が物理的に意味がある部分

$$d_i = R_{ii}\left(t \to \infty\right) \geq 0, \quad i = x, y, z$$

で，青は g が正，緑が負の値に対応する。g の符号が変わることは流れの向きが変わることと考えてよい。図中の大きい 2 点は以前に求めた A=（1, 2/3）と B=（1, −2/3）を表す。B は，R_{ii} が上の必要条件を満たさない。A については，（6.2.17）の右辺がちょうど 1/4 になり，等号が成立する。A は境界上の点になっている。A からの僅かのずれが流れの向きを正反対にすることになる。

こころみに，A 点での諸パラメータの値を求めてみると

$$a = b = -\frac{1}{2}$$

$$c_x = c_y = c_z,\ d_x = d_y = d_z,\ q_x = q_y = q_z = 0$$

である。体積力としての外力が 0 で，Reynolds 応力の対角成分のみが一様等方に変化し一

定値に近づくという状況である。揺らぎの原因が他に無ければ全ての i について $d_i=0$ である。

図3に表わされた，物理解が可能な領域が複雑に入り組んでいるようすは注目に値する。これは，(α_2, α_3) のある領域部分では，値のわずかな変化で流れのようすが大きく変わることを意味する。特に，Reynolds 理論を反映した点 A は $g>0$ と $g<0$ の境界上にあり，式（6.2.9）からも分かるように g の符号変化は，$|g_1|$ が十分小さいとき指数関数的時間依存性の様相に本質的の変化をもたらす可能性を内在させている。ここでは一様乱流の $1/t$ 型の振る舞いに話を限ったが，この事実はモデルパラメータの断熱変化に対しその流れが―あるいは流れ全体が―不安定であることを意味する。別の見方も可能である。乱流の影響を受けてモデルのパラメータが実質的に変化するとすれば，A 点を規定する有効値は流れの時々刻々の変化を受けて絶え間なく変化し，有効 A 点はこの図の中で細かく動き，青と緑の領域を行き来するだろう。これが一様乱流の特質である。

もう一つ興味深いことがある。ここでは例示しないが，g_0 と g_1 の値を変化させても図3(b)の物理領域のパターンに本質的な変化は生じない。A 点が境界線上にあるという事実も変わらない。これは，A 点近辺での現象を見る限り我々のモデルが g_0 と g_1 の変化に対し安定であることを示す。一様乱流を $g_0=g_1=0$ のモデルで記述するのは意味のあることなのである。

A 点以外の (α_2, α_3) として C：（0.9, 2/3）と D：（1.2, 2/3）を選びそこでのパラメータ値を求めると

$$\text{C}: \frac{c_y}{c_x}=3.96, \quad \frac{c_z}{c_x}=-2.73, \quad \frac{\boldsymbol{q}}{g^2 c_x}=(-0.284, 2.95, 0.567)$$

$$\text{D}: \frac{c_y}{c_x}=0.679, \quad \frac{c_z}{c_x}=-38.8, \quad \frac{\boldsymbol{q}}{g^2 c_x}=(-16.4, 4.67, -2.09)$$

このとき，c_x と c_y は同符号，c_y と c_z が異符号なので，$1/t$ 型の振舞いをするときの R_{xx} と R_{yy} の漸近値への近づき方は同じで，R_{yy} と R_{zz} は逆である。外力 $\boldsymbol{q}$ は有限である。全エネルギー密度が変わらないのであれば，これは予想されることである。Takaoka（1997）は，数値シミュレーションでこの結果を得ている。

6.2.4　F_{ij} が非対角要素を持つ場合

簡単な場合，$F_{22}=F_{33}=F_{12}=F_{13}=0=\zeta$ を考える。6.2.2での検討から $\boldsymbol{w}$ が時間に反比例する項を有すると仮定するのは自然であろう。そこで

$$\begin{aligned} &\lambda_i=\frac{a_i}{t}, (i=1,2,3), a_1+a_2+a_3=0 \\ &\xi=\frac{e_1}{t}, \eta=\frac{e_2}{t} \end{aligned} \qquad (6.2.19)$$

すなわち，全てのテンソル成分が時間とともに 0 に近づくことを仮定して，これを（6.2.4）に代入する。すると

$$-\frac{e_1}{t^2}=\frac{a_3e_1}{t^2},\quad -\frac{e_2}{t^2}=\frac{a_2e_2}{t^2}$$

これより

$$a_1=2,\quad a_2=a_3=-1 \tag{6.2.20}$$

F_{ij} については（6.2.3）より

$$F_{11}=\frac{-2+4-e_1^2-e_2^2}{t^2}=\frac{2-e_1^2-e_2^2}{t^2}$$

$$F_{22}=\frac{1+1-e_1^2}{t^2}=\frac{2-e_1^2}{t^2}$$

$$F_{33}=\frac{1+1-e_2^2}{t^2}=\frac{2-e_2^2}{t^2}$$

$$F_{23}=-\frac{e_1e_2}{t^2}$$

なので $F_{22}=F_{33}=0$ は

$$e_1^2=e_2^2=2 \tag{6.2.21}$$

のときに実現する。

ϕ については

$$\dot{\phi}=c_V\phi^2-c_V\xi_0^2-g_1w_{ij}^2,\quad w_{ij}^2(t)=\frac{14}{t^2}$$

を解く。$t\to\infty$ で $w_{ij}^2(t)\to 0$ だからこの極限で $\phi\to\xi_0$ となるはずである。実際，

$$\phi(t)=\xi_0+\frac{\phi_1}{t}+\frac{\phi_2}{t^2}+h(t)$$

とおいて ϕ 方程式（6.1.8）に代入すると

$$\dot{h}-\frac{\phi_1}{t^2}-\frac{2\phi_2}{t^3}=c_V\left(2\xi_0\left(\frac{\phi_1}{t}+\frac{\phi_2}{t^2}\right)+\left(\frac{\phi_1}{t}+\frac{\phi_2}{t^2}\right)^2+2\left(\xi_0+\frac{\phi_1}{t}+\frac{\phi_2}{t^2}\right)h+h^2\right)-\frac{14g_1}{t^2}$$

となるので

$$\phi_1=0,\ 2c_V\xi_0\phi_2=14g_1$$

のように係数を選べば

$$\dot{h} = \frac{2\phi_2}{t^3} + \frac{c_V \phi_2^2}{t^4} + 2c_V\left(\xi_0 + \frac{\phi_2}{t^2}\right)h + c_V h^2$$

より $t \to \infty$ で $h \to O\left(1/t^3\right)$ である。$t \sim 0$ では

$$\phi = \frac{\bar{\phi}_{-1}}{t} + \bar{\phi}_1 t + g\left(t\right)$$

とおくと ϕ 式は

$$-\frac{\bar{\phi}_{-1}}{t^2} + \bar{\phi}_1 + \dot{g} = c_V\left(\frac{\bar{\phi}_{-1}^2}{t^2} + 2\bar{\phi}_{-1}\bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_1^2 t^2 + 2\left(\frac{\bar{\phi}_{-1}}{t} + \bar{\phi}_1 t\right)g + g^2\right) - c_V\xi_0^2 - \frac{14g_1}{t^2}$$

となるので

$$-\bar{\phi}_{-1} = c_V\bar{\phi}_{-1}^2 - 14g_1, \quad \bar{\phi}_1 = c_V\bar{\phi}_{-1}\bar{\phi}_1 - c_V\xi_0^2$$

のように $\bar{\phi}_{-1}$ と $\bar{\phi}_1$ を選べば

$$\dot{g} = c_V\left(\bar{\phi}_1^2 t^2 + 2\left(\frac{\bar{\phi}_{-1}}{t} + \bar{\phi}_1 t\right)g + g^2\right)$$

より，t が小さいときに $g = O\left(t^3\right)$ の解が存在することが分かる。

6.2.4.1　F_{ij} が非対角要素を持ち R_{ij} が定数となる条件

R 方程式（6.1.1）は各成分について

$$\begin{aligned}
&\dot{R}_{xx} + \left(1-4\alpha_1\right)\left(\xi R_{xy} + \eta R_{xz}\right) + 2\alpha_2\lambda_1 R_{xx} + \alpha_3\left(\left(\lambda_2-\lambda_1\right)R_{yy} + \left(\lambda_3-\lambda_1\right)R_{zz}\right) = 2q_x \\
&\dot{R}_{yy} + \left(1-4\alpha_1\right)\left(-\xi R_{yx} + \zeta R_{yz}\right) + 2\alpha_2\lambda_2 R_{yy} + \alpha_3\left(\left(\lambda_1-\lambda_2\right)R_{xx} + \left(\lambda_3-\lambda_2\right)R_{zz}\right) = 2q_y \\
&\dot{R}_{zz} - \left(1-4\alpha_1\right)\left(\eta R_{zx} + \zeta R_{zy}\right) + 2\alpha_2\lambda_3 R_{zz} + \alpha_3\left(\left(\lambda_1-\lambda_3\right)R_{xx} + \left(\lambda_2-\lambda_3\right)R_{yy}\right) = 2q_z \\
&\dot{R}_{xy} + \left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(-\xi\left(R_{xx}-R_{yy}\right) + \zeta R_{xz} + \eta R_{yz}\right) + \alpha_2\left(\lambda_2+\lambda_1\right)R_{xy} = 2q_{xy} \\
&\dot{R}_{xz} + \left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(-\eta(\left(R_{xx}-R_{zz}\right) - \zeta R_{xy} + \xi R_{yz}\right) + \alpha_2\left(\lambda_3+\lambda_1\right)R_{xz} = 2q_{xz} \\
&\dot{R}_{yz} + \left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(-\zeta\left(R_{yy}-R_{zz}\right) - \xi R_{xz} - \eta R_{xy}\right) + \alpha_2\left(\lambda_3+\lambda_2\right)R_{yz} = 2q_{yz}
\end{aligned} \qquad (6.2.22)$$

（ただし $\zeta = 0$）となる。$q_i = q_{ij} = 0$, R_{ij} を定数と仮定すると

$$\left(1-4\alpha_1\right)\left(e_1R_{xy}+e_2R_{xz}\right)+2\alpha_2a_1R_{xx}+\alpha_3\left(\left(a_2-a_1\right)R_{yy}+\left(a_3-a_1\right)R_{zz}\right)=0$$

$$-\left(1-4\alpha_1\right)e_1R_{xy}+2\alpha_2a_2R_{yy}+\alpha_3\left(\left(a_1-a_2\right)R_{xx}+\left(a_3-a_2\right)R_{zz}\right)=0$$

$$-\left(1-4\alpha_1\right)e_2R_{xz}+2\alpha_2a_3R_{zz}+\alpha_3\left(\left(a_1-a_3\right)R_{xx}+\left(a_2-a_3\right)R_{yy}\right)=0$$

$$-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_1\left(R_{xx}-R_{yy}\right)-e_2R_{yz}\right)-\alpha_2a_3R_{xy}=0$$

$$-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_2\left(R_{xx}-R_{zz}\right)-e_1R_{yz}\right)-\alpha_2a_2R_{xz}=0$$

$$-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_1R_{xz}+e_2R_{xy}\right)-\alpha_2a_1R_{yz}=0$$

となる。2 番目と 3 番目の式から

$$R_{xy}=\frac{1}{\left(1-4\alpha_1\right)e_1}\left(2\alpha_2a_2R_{yy}+\alpha_3\left(\left(a_1-a_2\right)R_{xx}+\left(a_3-a_2\right)R_{zz}\right)\right)$$

$$R_{xz}=\frac{1}{\left(1-4\alpha_1\right)e_2}\left(2\alpha_2a_3R_{zz}+\alpha_3\left(\left(a_1-a_3\right)R_{xx}+\left(a_2-a_3\right)R_{yy}\right)\right)$$

これと 4 番目の式から R_{xy} を消去すると

$$-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_1(\left(R_{xx}-R_{yy}\right))-e_2R_{yz}\right)=\frac{\alpha_2a_3}{\left(1-4\alpha_1\right)e_1}\left(2\alpha_2a_2R_{yy}+\alpha_3\left(\left(a_1-a_2\right)R_{xx}+\left(a_3-a_2\right)R_{zz}\right)\right)$$

すなわち

$$e_2R_{yz}=e_1\left(R_{xx}-R_{yy}\right)+\frac{2\alpha_2a_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2e_1}\left(2\alpha_2a_2R_{yy}+\alpha_3\left(\left(a_1-a_2\right)R_{xx}+\left(a_3-a_2\right)R_{zz}\right)\right)$$

$$=\left(e_1+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_3\left(a_1-a_2\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2e_1}\right)R_{xx}+\left(-e_1+\frac{4\alpha_2^2a_2a_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2e_1}\right)R_{yy}+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_3\left(a_3-a_2\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2e_1}R_{zz}$$

1 番目と 5，6 番目の式は

$$\left(\alpha_3\left(2a_1-a_2-a_3\right)+2\alpha_2a_1\right)R_{xx}+\left(\alpha_3\left(2a_2-a_1-a_3\right)+2\alpha_2a_2\right)R_{yy}$$
$$+\left(\alpha_3\left(2a_3-a_1-a_2\right)+2\alpha_2a_3\right)R_{zz}=0$$

$$\left(e_2^2-e_1^2-\frac{2\alpha_2\alpha_3a_3\left(a_1-a_2\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_2\left(a_1-a_3\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{xx}$$
$$+\left(e_1^2-\frac{4\alpha_2^2a_2a_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_2\left(a_2-a_3\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{yy}-\left(e_2^2+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_3\left(a_3-a_2\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}-\frac{4\alpha_2^2a_2a_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{zz}=0$$

$$\left(\frac{e_1^2}{2a_1}\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\left(a_1-a_3\right)+\frac{e_2^2}{2a_1}\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\left(a_1-a_2\right)+e_1^2+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_3\left(a_1-a_2\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{xx}$$
$$+\left(\frac{e_1^2}{2a_1}\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\left(a_2-a_3\right)+\frac{e_2^2a_2}{a_1}-e_1^2+\frac{4\alpha_2^2a_2a_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{yy}$$
$$+\left(\frac{e_1^2a_3}{a_1}+\frac{e_2^2}{2a_1}\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\left(a_3-a_2\right)+\frac{2\alpha_2\alpha_3a_3\left(a_3-a_2\right)}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{zz}=0$$

となる。$a_1=2, a_2=a_3=-1$（6.2.20），$e_1^2=e_2^2=2$（6.2.21）であるから，これらは

$$\left(3\alpha_3+2\alpha_2\right)\left(2R_{xx}-R_{yy}-R_{zz}\right)=0$$
$$\left(1-\frac{2\alpha_2^2}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)\left(R_{yy}-R_{zz}\right)=0$$
$$\left(-6\frac{\alpha_3}{\alpha_2}+2-\frac{6\alpha_2\alpha_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{xx}+\left(-3+\frac{4\alpha_2^2}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}\right)R_{yy}-R_{zz}=0$$

これに解が存在するためには

$$2\alpha_2+3\alpha_3=0$$
$$1-\frac{2\alpha_2^2}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}=0$$
$$\frac{2\alpha_2^2-3\alpha_2\alpha_3}{\left(1-4\alpha_1\right)^2}=1+3\frac{\alpha_3}{\alpha_2}$$

のいずれかが成り立つ必要がある。1 番目と 3 番目の条件は，Reynolds 理論を反映する条件 $\left(\alpha_2,\alpha_3\right)=$ A 点 から大きく外れる（B 点はこれを満たすが他の物理条件から除外される）。2 番目の条件は $\left(1-4\alpha_1\right)^2=2\alpha_2^2$ となる。Reynolds 理論との対応条件（5.3）を思い出すとこれは左辺が 4，右辺が 2 で，やはり等式は成立しない。Reynolds 理論と我々のモデルは単純には対応しないのである。ただし，第 5 節で述べたように，我々のモデルパラメータが Reynolds 理論を反映させなければならないという先験的理由は存在しない。

対角成分 R_{ii} は等方的で

$$R_{xx}=R_{yy}=R_{zz}$$

となる。Reynolds 応力が定数というのは非常に特殊なモデルパラメータのもとで実現する

解ということになるが，その近くのパラメータ値では Reynolds 応力が長寿命になることが考えられる。

6.2.4.2　F_{ij} が非対角要素を持ち Reynolds 応力に時間依存性がある解

一様乱流を模した風洞内気流では圧力勾配がある。一様乱流が定常な場合として応力方程式の外力項を非ゼロの定数と仮定するのは自然であろう。そこで 6.2.3.2 と同様に（6.2.22）で q_i と q_{ij} を定数とし

$$
\begin{aligned}
&R_{ii}=\frac{c_i}{t}+d_i,\ \ R_{xy}=\frac{c_1}{t}+d_1,\ \ R_{xz}=\frac{c_2}{t}+d_2,\ \ R_{yz}=\frac{c_3}{t}+d_3\\
&\lambda_i=\frac{a_i}{t}+g_i,\quad \xi=\frac{e_1}{t}+f_1,\quad \eta=\frac{e_2}{t}+f_2,\quad \zeta=\frac{e_3}{t}+f_3
\end{aligned}
\tag{6.2.23}
$$

とおいてみる。

はじめに，（6.2.23）が意味する流れの形について調べておこう。速度場は（6.2.5）で与えられた。6.2.2 と同様に，空間座標を流線上の点を表すとすると，時間が十分経過したときの速度場の式（6.2.5）は，（6.2.23）より

$$
\begin{aligned}
\dot{x}&=g_1x+f_1y+f_2z\\
\dot{y}&=-f_1x+g_2y\\
\dot{z}&=-f_2x+g_3z
\end{aligned}
\tag{6.2.24}
$$

となる。$f_2=0$ が（6.2.6）に相当する。この個有値方程式は

$$
\det\begin{pmatrix}\lambda-g_1 & -f_1 & -f_2\\ f_1 & \lambda-g_2 & 0\\ f_2 & 0 & \lambda-g_3\end{pmatrix}=0
$$

すなわち，

$$
\lambda^3+\left(f_1^2+f_2^2-g_2^2+g_1g_3\right)\lambda=g_1g_2g_3+f_1^2g_3+f_2^2g_2 \tag{6.2.25}
$$

である。この方程式の数係数は $g_3=-g_1-g_2$ を使って f_1,f_2,g_1,g_2 で表すことができる。全て実根の場合が双曲流（hyperbolic），2 つが複素数根の場合が楕円流（elliptic）に対応する。ただし，λ の実部は一般に 0 でないから，楕円流といっても速度成分は指数関数的に増減する因子を持つ。流れ全体は，渦巻きながら滞留点に向かって近づいたりそこから遠ざかる Burgers 流のパターンを示す。双曲流と楕円流の境界は

$$
g_2^2-g_1g_3-f_1^2-f_2^2=0
$$

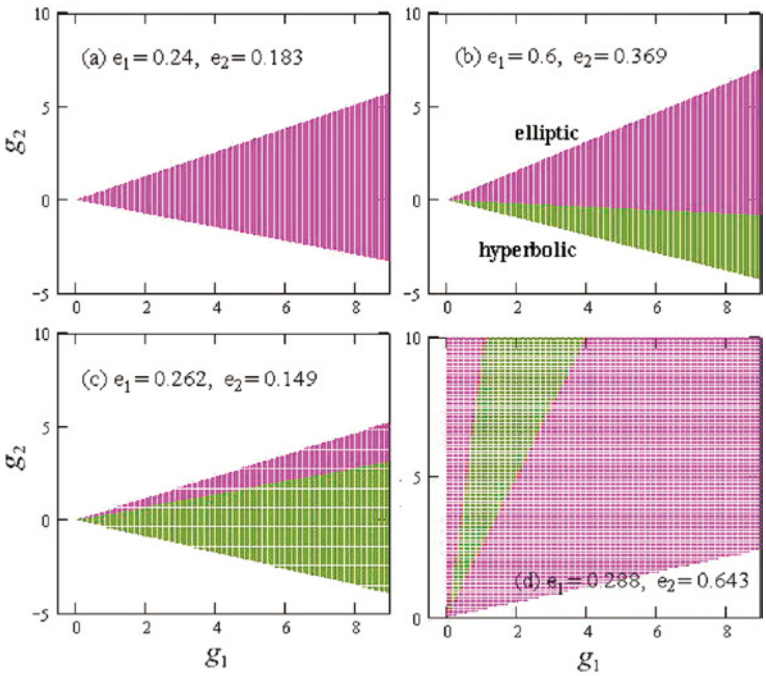


図 4.　(e_1, e_2) を定めた時の (g_1, g_2) の物理領域の例。楕円流（elliptic）と双曲流（hyperbolic）の領域を（b），(c)，(d) に示したように紫と薄緑で色分けしている。

または，$g_2^2 - g_1 g_3 - f_1^2 - f_2^2 > 0$ のときに（6.2.25）の左辺が極値を取る

$$\lambda = \pm\sqrt{\frac{g_2^2 - g_1 g_3 - f_1^2 - f_2^2}{3}}$$

での（6.2.25）の左辺が右辺に等しいとおいて

$$\pm\frac{2}{3}\left(g_2^2 - g_1 g_3 - f_1^2 - f_2^2\right)\sqrt{\frac{g_2^2 - g_1 g_3 - f_1^2 - f_2^2}{3}} = -g_1 g_2 g_3 - f_1^2 g_3 - f_2^2 g_2$$

の3つある。与えられた e_1 と e_2 に対し f_1 と f_2 は g_1, g_2 の1次式で表されるはずである。いずれも g_1 と g_2 の同次式なので，境界は g_1-g_2 平面での原点を通る直線で，その傾きは e_1 と e_2 で決まる。具体例を図4に示す。もちろん，どの g_1, g_2, e_1, e_2（$e_1^2 + e_2^2$ は後で出てくる式（6.2.27），（6.2.28）で決まる）の組み合わせが実現するかは初期条件による。

これから，力学系を解くことを考える。非圧縮性の条件 $\sum_i \lambda_i = 0$ があるので，独立な未知係数の数は 24 − 2 = 22。他方，我々が Reynolds 応力と見なしたい R_{ij} テンソルに対する微分方程式は6個ある。上式を代入して現れる t^{-2}, t^{-1}, t^0 のそれぞれの比例係数が0になることから，(6.2.23) に含まれる定数に対し 6×3 = 18 個の代数式が得られる。さらに微分方

程式は 1 階なので，初期条件から 6 個の式が現れる。一見，未知数の数より式の数が 2 個多い。これは，R_{ij} に対する “外力” (q_i と $q_{ij}, i \neq j$，全部で 6 個）を独立に外部から与えられるとしたからである。“余分な” 2 個の式はこれら 6 個の “外力” 変数の間の関係を決める，言い換えれば独立な “外力” 成分は 6 − 2 = 4 個であるとすれば，つじつまの合う解を得ることができる。λ_i と ξ，η，ζ についても同様に考える。

さて,（6.2.4）において $F_{ij}^{(a)}$ も定数（すなわち外的条件が定常）と仮定してこれに（6.2.23）の表式を代入すると，$1/t^2$ と $1/t$ の係数を比較して

$$e_1 + e_1 a_3 = e_2 + e_2 a_2 = e_3 + e_3 a_1 = 0$$
$$a_3 f_1 + g_3 e_1 = a_2 f_2 + g_2 e_2 = a_1 f_3 + g_1 e_3 = 0$$

が成り立たねばならないことが分かる。$e_1 = e_2 = e_3 = 0$，すなわち $\xi = \eta = \zeta = 0$ の場合は 6.2.3 で扱っている。ここでは非対角成分が存在する解を求めたい。我々は，一般性を損なうことなく $e_1 e_2 \neq 0$ として前と同様に

$$a_1 = 2,\ a_2 = a_3 = -1 \tag{6.2.20}$$

と選ぶことにする。すると

$$e_3 = 0,\ f_3 = 0,\ f_1 = g_3 e_1,\ f_2 = g_2 e_2 \tag{6.2.26}$$

このとき $f_1 f_2 \neq 0$ ということが起こりうるのは重要な点である。

一方，（6.2.23）を（6.2.22）に代入して $1/t^2$ の項の係数を 0 とおくと

$$\left(2\alpha_2 a_1 - 1\right)c_x + \alpha_3\left(\left(a_2 - a_1\right)c_y + \left(a_3 - a_1\right)c_z\right) + \left(1 - 4\alpha_1\right)\left(e_1 c_1 + e_2 c_2\right) = 0$$
$$\left(2\alpha_2 a_2 - 1\right)c_y + \alpha_3\left(\left(a_1 - a_2\right)c_x + \left(a_3 - a_2\right)c_z\right) + \left(1 - 4\alpha_1\right)\left(-e_1 c_1 + e_3 c_3\right) = 0$$
$$\left(2\alpha_2 a_3 - 1\right)c_z + \alpha_3\left(\left(a_1 - a_3\right)c_x + \left(a_2 - a_3\right)c_y\right) - \left(1 - 4\alpha_1\right)\left(e_2 c_2 + e_3 c_3\right) = 0$$
$$\left(\frac{1}{2} - 2\alpha_1\right)\left(-e_1\left(c_x - c_y\right) + e_3 c_2 + e_2 c_3\right) + \left(\alpha_2\left(a_2 + a_1\right) - 1\right)c_1 = 0$$
$$\left(\frac{1}{2} - 2\alpha_1\right)\left(-e_2\left(c_x - c_z\right) - e_3 c_1 + e_1 c_3\right) + \left(\alpha_2\left(a_3 + a_1\right) - 1\right)c_2 = 0$$
$$-\left(\frac{1}{2} - 2\alpha_1\right)\left(e_3\left(c_y - c_z\right) + e_1 c_2 + e_2 c_1\right) + \left(\alpha_2\left(a_3 + a_2\right) - 1\right)c_3 = 0$$

$c_x, c_y, c_z, c_1, c_2, c_3$ に非自明な解があるためには，（6.2.20），（6.2.26）を考慮して

$$\det M = 0$$

$$M = \begin{pmatrix} 4\alpha_2 - 1 & -3\alpha_3 & -3\alpha_3 & 2\beta e_1 & 2\beta e_2 & 0 \\ 3\alpha_3 & -2\alpha_2 - 1 & 0 & -2\beta e_1 & 0 & 0 \\ 3\alpha_3 & 0 & -2\alpha_2 - 1 & 0 & -2\beta e_2 & 0 \\ -\beta e_1 & \beta e_1 & 0 & \alpha_2 - 1 & 0 & \beta e_2 \\ -\beta e_2 & 0 & \beta e_2 & 0 & \alpha_2 - 1 & \beta e_1 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta e_2 & -\beta e_1 & -2\alpha_2 - 1 \end{pmatrix} \tag{6.2.27}$$

が成り立たねばならない。ここで

$$\beta = \frac{1}{2} - 2\alpha_1$$

である。式(6.2.27)は, e_1 と e_2 の可能な組み合わせを結合定数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ の関数として定める。$\det M$ を展開すると

$$\begin{aligned} &\det M = A\left(e_1^2 + e_2^2\right)^2 + B\left(e_1^2 + e_2^2\right) + C \\ &A = \left(4 + 4\alpha_2 - 8\alpha_2^2 + 18\alpha_3^2\right)\beta^4 \\ &B = \left(1-\alpha_2\right)\left(1+2\alpha_2\right)\left(5 + 2\alpha_2 - 16\alpha_2^2 + 36\alpha_3^2\right)\beta^2 \\ &C = \left(1-\alpha_2\right)^2\left(1+2\alpha_2\right)^2\left(1 - 2\alpha_2 - 8\alpha_2^2 + 18\alpha_3^2\right) \end{aligned} \tag{6.2.28}$$

となり，$e_1^2 + e_2^2$ のみの関数で α_3 の遇関数だから，$e_1 = 0$, $e_2 \geq 0$, $\alpha_3 \geq 0$ に話を限れば十分である。図5に，e_2 が正の実数となる $\left(\alpha_2, \alpha_3\right)$ の領域と $e_2\left(\alpha_2, \alpha_3\right)$ の値を，(a) $\alpha_1 = 0.2, e_1 = 0$ と (b) $\alpha_1 = 1$, $e_1 = 0$ の場合に示した。先に問題にした Reynolds 理論との対応点Aは物理領域と非物理領域の境界にあり $e_2 = 0$ を与える。

特別な点 $e_1 = e_2 = 0$ では $f_1 = f_2 = 0$ でもあり，$\boldsymbol{w}$ の対角成分だけが残るので流れは双曲流である。これが実現するのは (6.2.28) より $C = 0$，すなわち

$$\alpha_2 = 1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{8}\left(-1 \pm 3\sqrt{1 + 16\alpha_3^2}\right)$$

の場合である。

前に述べた理由で，もう一つの対応点B (1, −2/3) も物理的に意味がないが，その周囲には物理領域がある。**6.2.3.2** で非対角成分が0の場合を調べたが，そのときは周辺に物理領域が無かったことと対照的である。

同様に，(6.2.22) で $1/t$ の項の係数を0とおいて

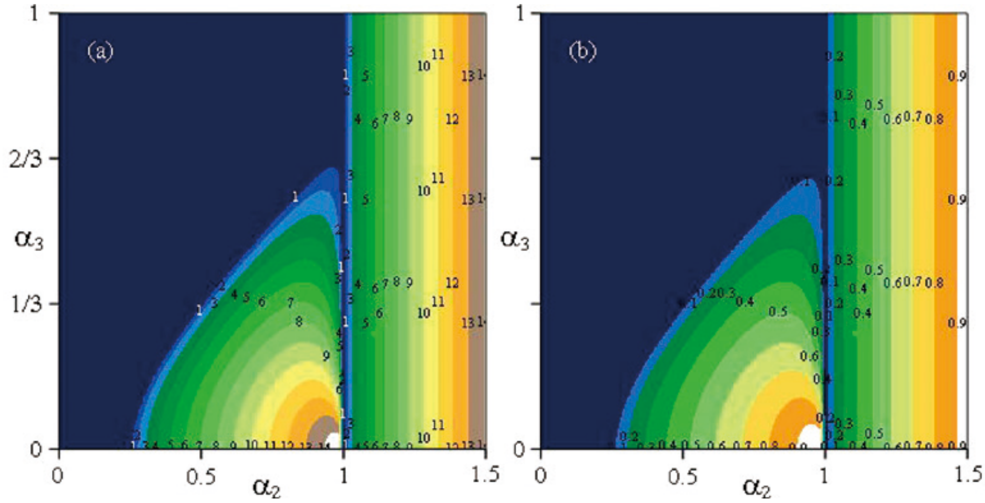


図 5.　モデルが物理的に意味のある結果を与えるパラメータ α_1 と α_3 の範囲。(a)　$\alpha_1=0.2, e_1=0$ (b)　$\alpha_1=1,\ e_1=0$ の場合に $c_x, c_y, c_z, c_1, c_2, c_3$ が非ゼロの実数となるような (α_2, α_3) の物理領域が青から白の色で色分けされた等高線図で表されている。紺色は (6.2.27) が実数解をもたない非物理領域。この図での e_2 は，最大値は (a) が 14.8，(b) が 0.98，A 点ではともに 0 である。

$$
\begin{aligned}
&(1-4\alpha_1)(e_1d_1+f_1c_1+e_2d_2+f_2c_2)+2\alpha_2(a_1d_x+g_1c_x)\\
&\quad+\alpha_3\left((a_2-a_1)d_y+(g_2-g_1)c_y+(a_3-a_1)d_z+(g_3-g_1)c_z\right)=0\\
&-(1-4\alpha_1)(e_1d_1+f_1c_1)+2\alpha_2(a_2d_y+g_2c_y)\\
&\quad+\alpha_3\left((a_1-a_2)d_x+(g_1-g_2)c_x+(a_3-a_2)d_z+(g_3-g_2)c_z\right)=0\\
&-(1-4\alpha_1)(e_2d_2+f_2c_2)+2\alpha_2(a_3d_z+g_3c_z)\\
&\quad+\alpha_3\left((a_1-a_3)d_x+(g_1-g_3)c_x+(a_2-a_3)d_y+(g_2-g_3)c_y\right)=0\\
&-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_1(d_x-d_y)+f_1(c_x-c_y)+e_2d_3+f_2c_3\right)+\alpha_2\left((a_2+a_1)d_1+(g_2+g_1)c_1\right)=0\\
&-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_2(d_x-d_z)+f_2(c_x-c_z)+e_1d_3+f_1c_3\right)+\alpha_2\left((a_3+a_1)d_2+(g_3+g_1)c_2\right)=0\\
&-\left(\frac{1}{2}-2\alpha_1\right)\left(e_1d_2+f_1c_2+e_2d_1+f_2c_1\right)+\alpha_2\left((a_3+a_2)d_3+(g_3+g_2)c_3\right)=0
\end{aligned}
\tag{6.2.29}
$$

という関係を得る。決めるべき変数は $d_x, d_y, d_z, d_1, d_2, d_3, f_1, f_2, g_1, g_2, g_3$ の 11 個で，これに対し式の数は (6.2.29) の 6 個と (6.2.26) の 2 個, 及び非圧縮性条件 $\sum_i g_i=0$ の計 9 個なので，式が 2 個足りない。

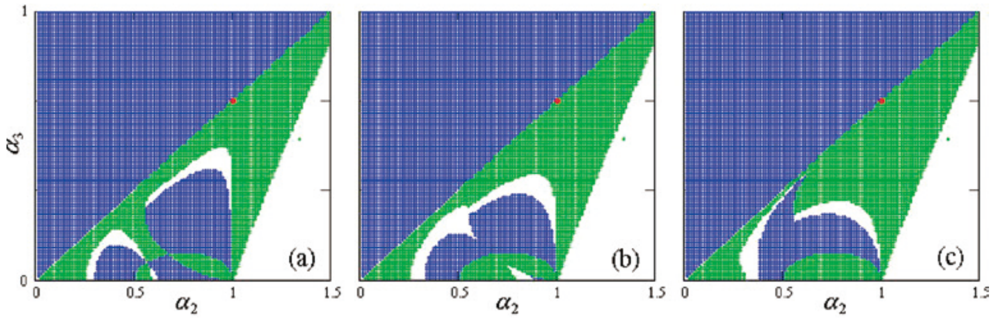


図 6.　$\alpha_1 = 0.2$ のときの $d_x / g_1, d_y / g_1, d_z / g_1$ が全て同符号になる (α_2, α_3) の領域。青は正，緑は負を表す。$g_2 / g_1 =$（a）-1，（b）0，（c）1。赤の点は A 点である。

平均流としてはいろいろのパターンがあるのだから，全てのパラメータが自動的に決まらないのは当然のことである。我々が知りたいのは，ある平均流を与えたときの一様乱流中の揺らぎの情報である。平均流はテンソル $\boldsymbol{w}$ で決まり，今の場合それは実質的に g_1 と g_2 である。この 2 個の係数の値を外部から与えると他が決まるということになっていて，我々の目的は達成されたことになる。

（6.2.23）が Reynolds 応力を表すためには d_x, d_y, d_z は正または 0 でなければならない。この条件がどのパラメータ値で満たされるかを調べておく必要がある。g_2/g_1=1, 0, -1 の場合を図 6 に示している。図 5 と合わせると，物理的領域は直線 $\alpha_3 = (2/3)\alpha_2$ の下側にあることが分かる。その中でも, 白色で示された非物理領域が不定形で物理領域に入り組んでいる。Reynolds 理論と対応する A 点はここでも物理領域と非物理領域の境界上にある。高次効果によって α_2 や α_3 の有効値が時間・空間的に変動することはありうる。そのときは，以上の事情が乱流が複雑な変動を示す要因になることが予想される。

6.3　ϕ が空間的に一定，v が空間座標の 1 次関数の場合

解くべき方程式は（6.1.9）と（6.1.10）である。（6.1.9）を次のように書きなおす：

$$\left(\delta_{im}\delta_{jn}\partial_t + \delta_{mi}w_{nj} + 4\alpha_3\delta_{nj}a_{im}\right)\tilde{w}_{mn} = 0 \tag{6.3.1}$$

9 個の変数 $\tilde{w}_{km}$ に対して 9 個の方程式がある。特殊な場合として $\boldsymbol{w}$ が（したがって $\boldsymbol{a}$ も）定数とし

$$\dot{\tilde{w}}_{km} = s\tilde{w}_{km}$$

すなわち $\tilde{\boldsymbol{w}}$ に対し指数関数型を仮定する。（$\boldsymbol{w}$ が t^{-1} に比例するときはべき関数型

$\dot{\tilde{w}}_{km} = s\tilde{w}_{km} / t$ を仮定する。）すると（6.3.1）は s の固有値方程式になる。$\boldsymbol{w}$ が $w_{i3} = w_{3i} = 0$ のときは

$$\det\begin{pmatrix} s+w_{11}+\alpha a_{11} & 0 & w_{21} & \alpha a_{12} \\ 0 & s+w_{22}+\alpha a_{22} & \alpha a_{21} & w_{12} \\ w_{12} & \alpha a_{12} & s+w_{22}+\alpha a_{11} & 0 \\ \alpha a_{21} & w_{21} & 0 & s+w_{11}+\alpha a_{22} \end{pmatrix} = 0$$

という s の 4 次方程式になる。（行列の行は上から順に $\tilde{w}_{11}, \tilde{w}_{22}, \tilde{w}_{12}, \tilde{w}_{21}$ に対応する。一般には 9 次方程式である。）これは $a_{11} = a_{22} = 0$, $w_{11} = -w_{22}$（$\equiv \lambda$ とおく），$w_{12} = -w_{21} = a_{12} = -a_{21}$（$\equiv \xi$ とおく）を用いて

$$s^4 - 2\left(\lambda^2 - \left(1+\alpha^2\right)\xi^2\right)s^2 + \left(\lambda^2 - \left(1-\alpha^2\right)\xi^2\right)^2 = 0$$

と表わすことができるので，容易に解くことができる。これと（6.1.10）から Reynolds 応力を決めることができる。これらを数値的に解くことはできるが，煩雑になるのでここではこれ以上は述べない。

7. 結論

平均流速に関する DEVM を，一様乱流を念頭に置きながらテンソルとの相互作用を含むように拡張した。ここで用いたモデル構成は平均流速に関する結果を損なわないという利点がある。テンソルを Reynolds 応力とみなして一様乱流に適用した結果は数値シミュレーションの結果とつじつまが合っている。さらに，Navier-Stokes 理論が，乱流を記述するにおいて最も敏感な臨界点の一つの上の乗っていることも明らかにされた。

テンソルは，並進不変性，回転不変性と Galilei 変換不変性に抵触しないように導入された。この条件に従う物理量は Reynolds 応力だけではない。したがって，我々のモデルは Reynolds 応力以外のテンソル－例えば渦度の 2 次の揺らぎ－も記述できるはずである。この予想は検証するに値する。

基本的な準備はこれで完了した。数値解析の多くを一様乱流において自然減衰がない場合に限ったが，モデルの一般的傾向の骨子を把握することはできたと思う。これらの相互作用が他の乱流を記述できるかを次に調べることになる。これについては将来報告する予定である。

参考文献

Bateman H, 1931, On dissipative systems and related variational principles, *Phys. Rev.* **38**, 815-819.

Davidson P A, 2015, *Turbulence : An introduction for scientists and engineers*（Oxford）, Part II.

Takahashi K, 2017a, Variational Principle for Eulerian Dynamics of Incompressible Viscous Fluid and A New ‘Eddy’ Viscosity Model *Lib. Arts Rev*.（*Tohoku Gakuin Univ*.）No. 177 Jul., 1-20.

Takahashi K, 2017b, Mean-field theory of turbulence from the variational principle and its application to the rotation of a thin fluid disk *Prog. Theor. Exp. Phys*., 083J01.

Takahashi K, 2018, Incorporating a tensor in the effective viscosity model of turbulence and the Reynolds stress *AIMS Mathematics*, **3**（4）: pp 554-564.

Takahashi K, 2019, Reconstructing the tensor model of Reynolds stress in a turbulent channel flow *Lib. Arts Rev.*（*Tohoku Gakuin Univ.*）, No. 183 Mar., pp 1-4.

Takaoka M, 1997, Anisotropy and vortex structure in turbulence subjected to mean uniform strain *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, pp 2008-2025.

木田重雄・柳瀬眞一郎［Kida S, Yanase S］1999,『乱流力学 Turbulence dynamics』（朝倉書店）.

高橋光一, 2018a, Variational Principle in Hydrodynamics and Mean-Field Theory of Turbulence — A Sequel of the Paradox of Vortices — I. Eddy viscosity theory of turbulence and the canonical variational principle *Lib. Arts Rev*.（*Tohoku Gakuin Univ.*）No. 179 Mar., 119-145.

高橋光一, 2018b, Variational Principle in Hydrodynamics and Mean-Field Theory of Turbulence — A Sequel of the Paradox of Vortices — II. Variational Principle and Mean-Field Theory of Turbulence *Lib. Arts Rev*.（*Tohoku Gakuin Univ.*）No. 180 Jul., 29-72.

Abstract

The Dynamical Effective Viscosity Model proposed by the author is extended so as to incorporate a tensor field as the Reynolds stress in turbulence. The first attempt was done in 2018 and proved to reproduce qualitatively the observation. There, however, the tensor was not symmetric. In this paper, this aspect of the old model is remedied. The revised model is applied to uniform turbulence to reconfirm the consistency with the known study by computer simulation. It is also shown that the Navier-Stokes theory is on one of the critical points of the model.

Lib. Arts Rev.（*Tohoku Gakuin Univ*.）2020, **184** 19-62

【研究ノート】

ヨーロッパにおける合理的選択社会学，説明社会学，分析社会学の最近の研究動向（その 3）

久　慈　利　武

1.　執筆動機

教養学部論集 180, 181 号 に掲載した「ヨーロッパにおける説明社会学と分析社会学の最近の研究動向」を読んだ読者は，題に説明社会学と分析社会学が出ているのに合理的選択社会学が出ていない，論旨から推察すると説明社会学と分析社会学はともに合理的選択社会学の分派のようだと感じとってもらえたようだ。しかし説明社会学と分析社会学はどこで袂を分かつのか，両者はどんな関係にあるのか自明の前提として論が進められているきらいがあった。行為理論としての合理的選択理論と研究プログラムとしての合理的選択社会学の区別もはっきりしなかったきらいがあった。

前稿執筆時には存在に気づいていなかった分析社会学の紹介論文（打越・前嶋 2015），分析社会学と合理的選択社会学の関連を追及した意欲作（尾藤 2019）に接して，連作の第 3 弾を執筆する意欲が湧いた。この連作は日本の数理社会学の合理的選択研究者が英語論文のみを読み，ドイツ語圏，ヨーロッパの合理的選択研究がどう展開されているか正確な俯瞰を持てないでいることへのもどかしさに発している。ドイツ語圏，ヨーロッパの合理的選択研究者は確かに英文で論文を発表し，国際社会学会，アメリカ社会学会両学会の合理的選択部会で英文で口頭発表している。しかしその部会に出席し彼らと交流している日本研究者でも，英文で発表された雑誌論文を読むだけでは,所々欠けたパズル絵を眺めるようなものである。前稿でふれたオップ，リンデンベルク，クロネベルク，ディークマン，トマス・フォスは英文よりもドイツ語で発表する方が多いし，レイモン・ブードンに至っては新しい論文，著作はフランス語で発表し，のちに他者によって英語に翻訳されている。エサー，ミヒャエル・シュミット，アンドレア・マオラーはほとんどドイツ語で論文，著作を執筆していて，英文の発表は極めて例外的である。 例外はヴェルナー・ラオプで，ドイツ語論文が基本のハンドブックにまで英語で掲載している。比較的英文で発表することの多い，オップ，リンデンベルク，クロネベルク，ディークマン，トマス・フォス，そしてラオプまでも，博士論文，ハビリタツィオン，初期，中期の成果（雑誌掲載論文，編著寄稿論文）を読もうとすればド

イツ語読解力が要求される。

2.　日本の合理的選択理論研究の状況

日本社会学会発行，英文機関誌 *International Journal of Japanese Sociology* 2013年第22号に，佐藤嘉倫さんが Mathematical Sociology in Japan： Its Powerful Developement and a Problem を掲載し，日本の数理社会学会の歴史とその機関誌『理論と方法』のなかから，数理社会学の成果を学者のピックアップに遺漏のないように配慮して紹介している（Sato 2013）。また2018年に Sage 出版から小林盾，筒井淳也，金井雅之共編で *Contemporary Japanese Sociology* 3.vols が刊行され，金井雅之編集の第二部 Mathematical and Rational Choice Sociology に20本の日本の研究者の英文で発表された既発表論文が精選されて掲載されている。しかしこの第二部の編集をした金井さんの序論は Mathematical Sociology in Japan と題されて，表1で，日本，合衆国，ヨーロッパの数理社会学，合理的選択の学会発足と雑誌の刊行開始年次，表2で，日米合同数理社会学会議の第1回（2000）から第6回（2016）迄の開催地，期間，オルガナイザー，表3で，日本の数理社会学会の機関誌『理論と方法』特集題一覧が掲載されている。さらに掲載されている論文を三期（1986-1992, 1993-2005, 2007-2017）にわけ，特徴と傾向に触れている。ただ生憎なことに合理的選択研究に絞ってスポットが当てられていない。上記2つの成果は待望されていたものだけに，海外の数理社会学研究者に，日本の学者の紹介，動向の伝達に大いに貢献することであろう。

前記の佐藤嘉倫さんは，日本人で初の国際社会学会合理的選択部会（RC45）の会長を歴任し（1990-1994），海外で最も知名度の高い日本の合理的選択研究者である。日米数理社会学合同会議の日本側発起人のひとりであり，すぐ続いて言及する日欧合理的選択合同会議の（三隅一人さんとともに）日本側代表のひとりである。彼は国際社会学会が編纂した社会学エンサイクロペディア Sociopedia（2010）に Rational Choice Theor（10p）の項目を執筆している。理論的アプローチ，経験的証明，合理的選択社会学に対する批判3集団，今後追求が有望視される3方向，さらに付録として上記の各パートの更なる推薦文献を解説付きで紹介している。私は他にも合理的選択社会学の研究動向論文を目にしてきたが，それらに比べて遜色のない俯瞰とバランスのとれた動向紹介だと思っている。ここまでは，海外の研究者に向けての日本の研究者の研究動向をようやく発信し始めた機運を紹介した。

つぎに日本の若手の数理社会学研究者に，あまり知られていない日欧の合理的選択研究者の交流の歴史を紹介したいと思う。皆さんは日欧の合理的選択研究者の交流はいつから始まったと思いますか。正解は2001年，10月18-20日　ライプチヒ大学で開催の合理的選択

とフォーマライゼーション欧日会議である。日本側参加者の費用は三隅一人さんが代表者の科学研究費で賄われている。ほぼ隔年で4回開催されている*。この合同会議については，若手研究者は学会，科研研究会で年配の研究者から会話で耳にしている者もいるだろうが，論文等活字になったものは皆無である。当事者の口から直接語ることにしよう。

* 参考資料を載せておく。

2001年，10月18-20日　ライプチヒ大学　オルガナイザー　Opp，Voss，Kropp
European Japanese Conference on Rational Choice and Formalization
日本側参加者　小林盾，佐藤嘉倫，太郎丸博，三隅一人，七条達弘，中野康人，私
ヨーロッパ側　ライプチヒ大学側　Karl-Dieter Opp，Thomas Voss，Peter Kropp，Bernard Prosch
スイス・ベルン大学　Martin Abraham，Axel Franzen
その他のドイツ　Roger Berger（München），

2003年，10月3-5日　福岡　シー・ホーク・ホテル　オルガナイザー　三隅一人
International Conference on Rational Choice and Social Institutions
日本側参加者　小林盾，佐藤嘉倫，太郎丸博，三隅一人，籠谷和弘，長谷川計二，大浦博邦，七条達弘，木村邦博，中野康人，渡邊勉，平松闊，豊島真一郎，友知正樹，松田光二，小林淳一，田中マキ子，磯道義則，私
ヨーロッパ側　グローニンゲン大学　Rafael Wittek，Siegwart Lindenberg，Andreas Flache
ライプチヒ大学　Karl-Dieter Opp
ミュンヘン大学　Rolf Ziegler
マンハイム大学　Volker Stocke
ロンドン大学　Peter Abell
シカゴ大学　山口一男

2005年，3月9-11日　グローニンゲン大学　オルガナイザー　Rafael Wittek
International Conference on Rational Choice and Social Institutions
日本側参加者　小林盾，佐藤嘉倫，三隅一人，木村邦博，篠木幹子，私
ヨーロッパ側　グローニンゲン大学　Rafael Wittek，Siegwart Lindenberg，Andreas Flache
Peter Mühlau
蘭　アインドーヘン工科大学　Chris Snijders
独　ライプチヒ大学　Karl-Dieter Opp

2007年，9月6-8日　スイス　チューリッヒ連邦工科大学ETH　オルガナイザー　Anderas Diekmann
International Conference on Rational Choice and Social Institutions
日本側参加者　小林盾，佐藤嘉倫，三隅一人，盛山和夫，渋谷和彦，藤山英樹，武藤正義，木村邦博，篠木幹子
ヨーロッパ側　スイス　チューリッヒETH　Anderas Diekmann，Wojtek Przepiorka，Ben Jann
Hanno Scholtz，Patrick Groeber
ベルン　Rolf Becker，Regula Imhof
独　ライプチヒ　Karl-Dieter Opp，Roger Berger，Heik Rauhut，
ビューレフェルト　Stefanie Eifer，Susann Kunadt，
マンハイム　Clemens Kroneberg，Volker Stocke
ドレスデン　Gugio Mehlkop

フライブルク　Georg Mueller
蘭　ユトレヒト　Rens Corten, Vincent Buskens, Manuela Vieth, Jeroen Weesie
Rania Valeeva
アインドーヘン　Chris Snijders
仏　パリ　Shyama V.Raleeva（INRA）, Marie-Laura Cabon-Dhersin（CNRS）
デンマーク　コペンハーゲン　Anders Holm, Mads Meier Jaeger
米　Guillermina Jasso（ニューヨーク）
Jason Fong（UCLA）

わたしは昭和が終わる前年1988年9月から11月にかけて，文部省（当時）在外研究派遣で，オランダ　ユトレヒト大学ラインハルド･ウィプラーのもとに1月，次いで西ドイツ（当時）ハンブルグ大学カール・データー・オップ，ミュンヘン大学トマス・フォス，エアランゲン・ニュルンベルク大学ヴェルナー・ラオプ，さらにパリ・ソルボンヌ大学レイモン・ブードンのもとを訪れた*。さらに1990年7月スペイン・マドリッド大学で開催された第12回国際社会学会に参加して，合理的選択部会で彼等と再会した**（余談だが，シンポジウムの席でフロア席にいたジェームズ・コールマンが報告者に対して質問するのを見かけている）。

* 拙稿「オランダ・西ドイツ説明社会学研究者を訪ねて」『理論と方法』4（2）：101-108に掲載。
** この国際社会学会探訪は数理社会学会ニューズレター5（3）1990年9月に掲載。

1998年9月にベルリン陥落後，ライプチヒ市民のニコライ教会月曜礼拝の装いをとった東ドイツ崩落の市民運動参加者にフォロー・リサーチをするために，旧東ドイツのライプチヒ大学に移籍したオップ教授のもとを訪れた。その翌週一週間オランダ・フローニンゲン大学のリンデンベルク教授を訪れた。オップ教授，リンデンベルク教授との会話の中で，日本の合理的選択研究者との交流が話題に上った。2001年にライプチヒ大学で第一回の合同会議を持った。これにはオランダの研究者は参加していない（余談であるが9.11のアメリカ貿易センターテロの直後で，空港の出入国，ライプチヒ大学の建物構内の出入りが物々しい警備であったのを記憶している）。オップの2002年誕生日退職の1年前であった。中心的オルガナイザーはトマス・フォスであった。

2003年日本で開催ということで科研の研究代表者でマネージメント能力に秀でている三隅一人さんがオルガナイザーとなり，福岡のシーホーク・スタジアムに隣接するホテルで合同会議が開催された。海外からの参加者には，ミュンヘン大学を退職したばかりのロルフ・ジーグラー，ロンドン大学のエイベル，シカゴ大学の山口一男が混じっていた。

合理的選択と社会制度会議の名称の第一回目である。その後2005, 2007年にオランダ・グ

ローニンゲン大学，スイス・チューリッヒ連邦工科大学（RTH）と2回開催されている。

ETHで開かれた合同会議に新たに加わったメンバーたちは，2010年（スウェーデン・ヨーテボリ），2014年（日本・横浜）国際社会学会RC45に参加発表するようになり，合理的選択と社会制度会議は発展的に解消した（余談であるが，2011年9月に木村邦博さんがオルガナイザーで仙台で開催の予定であったが，3.11東日本大震災で開催が返上になった）。2014年横浜で開催された国際社会学会日本大会のRC部会はポスター・セッションを除く日本側口頭発表者は15人を数える盛会であった。小林盾さんがオルガナイザーを務める分析社会学国際ネットワーク大会がオリンピック前の2020年5月，東京で開催が予定されている。2014年，2020年の合理的選択関係の国際大会が開催されるまでになった今日の状況を思うと，感慨一入である。私は種を撒いただけで，水をやり，肥料を撒いて苗を育てた三隅，佐藤両君の貢献が大なことは言うまでもない。

3. ヨーロッパ研究者の次世代群像

東北学院大学ホームページ掲載の電子版，拙稿『動向（正，続)』と『ドイツ語圏代表的RC社会学者」3編を添付ファイルで，オップ，ラオプ，フォスに送ったところ，日本の合理的選択理論に関心のある研究者に自分の仕事を紹介してくれたことに感謝する返事をもらった。

ラオプは，オランダ　ユトレヒト大学のHPに最近の自分の雑誌掲載論文，著書，ハンドブック寄稿論文を掲載し自由に読めるようにしている。そのなかに2012-2017年就任した，大学の社会・行動科学科長退任の講演記録が公開されている。Rational Modelと題してRational choice models of trust and cooperation in social dilemma　Part I：Theory, Part II：Empirical research on embededness effects 90頁。彼はグローニンゲン大学のリンデンベルクとともに，オランダ連合大学院ICS（Interuniversity Center for Social Science Theory and Methodology)を主導する。オクスフォード大学ヌフィールド校での45分の講演から発展し，ブックレットとして書き下ろしたものである（2017年1月)。彼の専門論文はほとんどが共同執筆であり，ゲーム理論を駆使して自分の養成したユトレヒト大学の院生，同僚と著した論文を材料に理論枠組み，モデルの発展と検証を回顧している。彼はドイツ生まれで，ボッフム大学でハルトムート·エサーに師事し，大学院はオランダのユトレヒト大学でラインハード・ヴイプラーのもとで，博士論文を書いている。『合理的行為者と制度による規制と相互依存：構造個人主義的基礎への説明社会学的探求（1984)』ゲーム理論を使ったフォーマル

モデルからブードンの「不平等と教育機会（IEOモデル）」「行為者の社会的機会と相対的剥奪（ISOモデル）」の限界の指摘と展開をはかったものである。彼はボッフム大学で同期であったトマス・フォスと共著で『個人行為と社会的帰結（1981）』を著している。フレームワークの章でリンデンベルクの説明社会学を解説，それでもってフンメル＆オップの『社会学の心理学への還元（1971）』から説明社会学に改宗したオップの『個人主義社会科学（1979）』を批判している。分析編ではコールマン『集合決定』，オルソン『集合行為の論理』にフォーマルモデル応用を試みている。

前稿で，ラオプとの共著論文，ディークマンとの共著論文，ノーマン・ブラウンとの共同著作『アクチュアリティ・シリーズ　ジェームズ・コールマン』で触れた，トマス・フォスは，ミュンヘン大学で教授資格を認定されてからなかなか就職口がなかったが，東ドイツ崩壊後ライプチヒ大学に移ったオップの推挙で，ライプチヒ大学に就任している。フォスの博士論文『合理的行為者と社会制度（1985）』は，海野・盛山編著『秩序問題と社会的ジレンマ』（ハーベスト社）所収拙稿で紹介している*。ラオプと共訳でアクセルロッドの『協力の進化』を出版している。コールマンの社会規範の発生，執行論，信頼論に対してパラメトリックな合理性としての限界を指摘し，ストラテジックな合理性論から展開をはかり，ラオプ，ディークマンと共同研究を進めている。ジーグラー，オップの祝賀論文集の編集をディークマンと共同で行っている。そのつながりで，スイスチューリッヒの連邦工科大学を退職したディークマン**はライプチヒ大学の客員教授である。

* 理論と方法（1991）6（1）：1-20「秩序問題への個人主義アプローチの可能性」と同一内容である。
** ディークマンはドイツ社会学会機関誌社会学年報（2014）43（1）87-89に連邦工科大学でハヴィリタツィオンの指導生であったノーマン・ブラウンの追悼文を寄せている。

アンドレアス・ディークマンは1951年生まれで，大学はハンブルグ大学でオップに師事し，大学院はミュンヘン大学でジーグラーに師事している。彼の著したゲーム理論の標準教科書は版を重ねている。日本の研究者では篠木幹子がディークマンの環境行動の合理的選択論文を手がかりに，日本の事例で研究を進めている。彼の代表的論文は，Darley/Latane（1968）の責任の分散をヒントに展開したボランティアのジレンマ（Diekmann 1985），ブードンの教育機会と相対的剥奪を展開したモデル（Berger/Diekmann 1984），Dasgupta（1988）の信頼ゲームの信頼性のシグナル理論（取り締まる法律がなく取引が一回きりで繰り返されることのない状況で，しかも相手の信頼性に関する情報がほとんどない状況で，登場する信頼関係のシグナルを通じて多様な協力解とそれを確保するためのダイヤド，ネットワークへの埋め込み）による市場における信頼問題の解決の研究（Raub/Busken 2006），ケインズの美人コンテストになぞらえた株の投資家の心理研究を事例に，厳密な合理性論よりも，制限され

た合理性論の優位を説いている（Diekmann 2006）。これらの研究の総まとめを発表している（Diekmann 2014）。またディークマンはヘドストロームの『社会的なものの解剖（2005）』のドイツ語版の書評合評会で，DBO 理論は相互行為の結果を分析すると謳いながら，戦略的相互行為の視点，ゲーム理論の視点が消し去れていると批判的な見方を示している（Diekmann 2010）。ディークマンの自研究の総集編論文も分析社会学の DBO 理論批判もドイツ語で著されているため，日本ではほとんど知られていない。ディークマン（1951 年生まれ），ラオプ（1953 年生まれ），フォス（1955 年生まれ），ヘドストローム（1950 年生まれ）が，ブードン（1936 年生まれ）オップ（1937 年生まれ）エルスター（1940 年生まれ），リンデンベルク（1941 年生まれ），エサー（1943 年生まれ），シュミット（1943 年生まれ）に次ぐ世代で，さらにそのあとがマオラー（1967 年生まれ），クロネベルク（1975 年生まれ）である。

4.　合理的選択の広義版，狭義版の分類を理解するために

オップの合理的選択の広義版，狭義版の分類はブードン批判，分析社会学批判，自著の『政治プロテストと社会運動（2009）』で有名であるが，分類のマニフェストというべき論文は *Journal of Theoretical Politics* に掲載された Contending conceptions of the theory of rational action（1999）である。そこでは，政治学者 Ferejohn，社会学者 Hechter にならって，thin version（empty version）と thick version に分け，さらに後者を narrow version と wide version に分けている。

narrow version	wide version
利己的選好だけ説明変数	すべての種類の選好が説明変数
有形の制約だけが説明変数	すべての種類の制約が説明変数
主体は情報完備	主体は情報完備のこともあればそうでないこともあり，この仮定は必ずしも必要としない
客観的制約だけが説明変数	そのほかに知覚された制約も説明変数
制約だけが行動を説明する	制約と選好が行動を説明する

empty version はどんなコスト，ベネフィットが念頭に置かれているか特定しないで一般的に言及する。新古典派経済学と期待効用理論やゲーム理論がそれである。

オップの分類は，顕示的選好理論，期待効用理論，ゲーム理論は empty version，Green & Shapro によって批判されている政治学の合理的選択理論（ダウンズ，オルソン）は narrow version，自分の政治行動，社会運動の合理的選択理論は wide version といっているように見

受ける。政治学の合理的選択理論家が wide version を拒絶する理由に，

1. 選好と信念は測定できない。
2. トートロジー同義反復である。
3. アドホックで恣意的である。
4. 経験的内容がないので反証ができない。
5. 些末で知っているもの以外の内容がない。
6. 予測に使えない。
7. 行動の説明に narrow version だけで十分。

上記の批判に逐一反論している。

オップは対象によって wide version より narrow version の方が有効，説得的な場合もあることを認め，使い分けを推奨したり，アドホックで恣意的である説明を避けるための行為者の選好，制約に関する聴き取り，インタビュー，調査票調査によるデータ収集による検証を推奨している。

オップは分析社会学に対して，ヘドストロームのマニフェスト（Hedstrom 2005）の書評を執筆したり，分析社会学者マンツォ，イリコスキーとの間で論争を繰り広げている。多くの社会学者が RCT を嫌っているので，それを拒絶する AS は歓迎される。大半の社会学者が中範囲の理論を採用しているので，門戸開放を推し進めるものとして AS は歓迎される。AS は，ヘンペル-オッペンハイムスキームの演繹的法則定立的説明が社会科学では不可能という意を受けて，それに代わるものとしてメカニズム的説明を提唱している。ここまでは問題ない。そのあとが問題だ。オップは社会現象について演繹的法則定立的説明が可能だから，メカニズム的説明は不用と主張するのではなく，AS のヘンペル-オッペンハイムスキーム理解をめぐって論争している。論争のすれ違いである。また論争者のひとりマンツォは新種の新古典派理論では，オップの広義の合理的選択理論の機能を遂行できると反論するところから，選好の仮定の解釈をめぐる論争へと袋小路に陥る。マンツォ，イリコスキーの噺け方が失敗である。広義の RCT と AS の DBO 理論は同義であるというオップの提出した解釈に対してまったく反応を見せていないことも失敗である。オップもおいおい，お前さん方の主張はヘドストロームのマニフェストと違うじゃないかと言えば良かったのだ。まったく不毛な論争であった。

5. リンデンベルク待望の単著なぜ出ない？

リンデンベルクはわたしがオップとともに最も敬愛する社会学者である。出会ったのも

オップと同時の私の最初のヨーロッパ訪問時である（1988）。2003 年に始まる日欧合理的選択と社会制度会議の毎回の出席者である。説明社会学グループの共通の分析スキームであるマクロ・ミクロ・マクロ・リンク図形（コールマン・ボート（バスタブ，逆台形）），架橋仮定（仮説），変換（集積）規則からなるグランド・スキームのデザイナーといえる。モデル構築の方法（抽象性縮減原理，十分な複雑性確保原理），（ホモ・エコノミックスとホモ・ソシオロジクスを合成した人間モデル）RREEMM 人間モデル，（自生的合理性論に対抗する）社会的合理性，目標フレーミング理論，（スティグラー & ベッカーの選好中心経済学を発展させた）社会的生産関数理論，プロスペクト理論に対抗する discrimination model（弁別モデル）も知られる*。自身の専門を最近は Cognitivist Sociology と呼称している。

*私は彼の理論体系，モデルを紹介，解説する論文を何本も書いている。代表的なものを挙げると，「架橋仮説と社会的生産関数のヒューリステックス —— リンデンバーグによる合理的選択理論の拡張」（人間情報学研究　第 8 巻 2003 年），「ドイツ語圏の合理的選択社会学者群像」（人間情報学研究第 18 巻 2013 年），「フレーミングを考慮した合理的選択モデル —— プロスペクト理論と弁別モデルの比較」（岩本健良代表科研報告書『社会構造と社会過程のフォーマライゼーション』1997），リンデンバーグ「コールマンの制度設計の問題点 —— 社会的合理性の無視？」（「東北学院大学論集人間・言語・情報」136 号 2004）（仏フランス社会学レビュー 2003：44(2)　コールマン社会理論の基礎　特集掲載の翻訳）。

彼の方法論，モデル論を要領よく知るのに格好のものがある。リッツァー編『社会理論ハンドブック』ラッセルセージ出版社 2005 に D. Hekathorn 執筆で「リンデンバーグ」項目がある。執筆論文は 100 本を超える。その一覧とほとんどの論文は，グローニンゲン大学の公式サイトで彼のリサーチ欄をクリックすると閲覧入手できる。編著も共編で一桁数は存在する。それなのに単著の著書が一冊もないのである。2001 秋～2002 年夏ユトレヒト大学に研究フェローとして滞在した当時シカゴ大学博士候補（現成蹊大学教授）小林盾さんから，単著執筆中という情報を教わった。すぐにリンデンベルグにメールで確かめたところ，そうだとの返事であった。題も Theory of Social Rationality（Princeton 大学出版）。しかしそれから 18 年が経過しているのにいまだに刊行されていない。2013 年刊行のヴィテク他編の『ハンドブック合理的選択社会調査』の第 2 章に収録の彼の論文 Social rationality, self-regulation and well-being は執筆中著書の第 4 章の予定と書かれている。Social rationality が題に使用された始まりは J.H.Turner 編『社会学理論ハンドブック』収録 Social rationality versus rational egoism，同年雑誌に掲載された Social rationality as a unified model of man，である。

ずっと彼の論文を追いかけている私が感じるのは，彼の研究姿勢はオリジナルなスキーム，モデルの開発である。マンハイム大学でハンス・アルバートから科学方法論（モデル・プラ

トニズム批判）を学び，経済学の架空の仮定に基づく分析を少しでも実在に近づける，従来の経済学が制約から行為（そして社会的結果）を説明することに反旗を翻したベッカー＆ステグラーの選好から行為（そして社会的結果）を説明するビジョンを受け継ぎ彫琢する姿勢を貫いている。ウィリアムソン，フライ等取引理論経済学，新制度学派経済学の成果，企業の組織ガバナンス理論を批判吸収して少しずつ改良を加えている。主要なスキームである goal frame scheme も少しずつ改変されている。おそらく著書にする段階で，既発表の論文のスキームの改変をどう処理するか，各章に頻出する目標・フレーミング，社会的生産関数の反復をどう調整するか苦労しているからであろう。シュミットのように，既発表のものを再録して配置すれば5, 6冊はとっくに出版できたことであろう。

リンデンベルクの理論胃袋の中でうまく消化されていない箇所を指摘したい。自分の期待効用理論，bounded rationality 理論とゲーム理論の戦略的合理性論の接合に無理がある。relational signalig 理論を目標・フレーミング・スキームに組み込もうとして苦慮している。trustor と trustee の strategic interaction に取り組むスキームで，ラオプに率いられるユトレヒト学派合理的選択理論との整合を意識したものである。しかしリンデンベルクの社会的合理性理論はサイモンの bounded rationality 理論の分枝変種であり，perfect rationality は parametric 意思決定論のジャンルである。前述の2001年のターナー編著寄稿論文では rational egoist として新古典派の消費者理論，そして期待効用行為者理論，それらと社会的合理性行為者理論の三者を対比している。2000年と2015年の *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Science* に掲載の Andrea Diekmann との共同執筆項目 Cooperation： sociological aspects では，ディークマン執筆の cooperation among rational egoists で，囚人のジレンマ，その制度やネットワークへの埋め込みが紹介され，リンデンベルク執筆の cooperation among social rational actors では，社交選好 social preference，学習，フレーミングに関する仮定が導入されることと，社交選好を弱めたり，強めたりする環境にどんなものがあるか，信用を支配するシグナルの進化，快楽，獲得，規範・倫理の各ゴールの状況定義への作用のトピックが紹介されている。

オップの広義版でも問題にしたが，広い版，狭い版は厚い版（弱い版）の下位類型で empty（から）版が薄い版（強い版）である。リンデンベルクの2001年では，新古典派の消費者理論，期待効用行為者理論，いずれも parametric 意思決定論から捉えられ，社会的合理性は strategic 意思決定論として捉えられている面と parametric 意思決定論で捉えられている面が共存している。ゲーム理論の選好，制約，結果が両者の間で食い違っている。参考までにヴィテック他編オランダ学派の合理的選択ハンドブックの合理性の表を転記する。

表　合理的選択ミクロな基礎の多様性

仮定	細い，強い合理性			厚い，弱い合理性
合理性	制限のない合理性	制限された合理性	手続き合理性	社会的合理性
選好（自分本位）	オポチュニズム	エゴイズム	結びつけられた効用	連帯
選好（物質性）	有形な資源	無形な資源	身体上の安寧	社交上の安寧
個人主義	原子的個人主義			構造的個人主義

この表もうまく理解できない。完全合理性（full rationality），制約のある合理性（bounded rationality），手続き合理性（procedural rationalty），社会的合理性（social rationality）と並べ，先なほど，thin, strong rationality, 後なほど thick, weak rationality と述べている。parametric rationality, strategic rationalty の区分とそれらはどう対応するのか全く不明である。オップでは thin（empty）rationality と thick rationality　に区分され，後者はさらに narrow version と wide version に区分されるが，それとの対応整合がどうなっているのか説明がほしいところである。

文献一覧

打越文弥・前嶋直樹 2016 「Reviw Essay : P. Hedstrom Dissecting the Social（2005） 社会科学におけるメカニズム的説明の可能性」 書評ソシオロゴス 11 : 1-27.

尾藤央延 2019 「分析社会学と合理的選択の関係性についての批判的検討」 年報人間科学 40 : 53-72.

佐藤嘉倫 2013 “Mathematical Sociology in Japan : Its Powerful Developement and a Problem” *International Journal of Japanese Sociology* 22 : 16-31.

小林盾，筒井淳也，金井雅之（eds.）2018 *Contemporary Japanese Sociology* 3. vols. Sage Pub.

金井雅之 2018 “Mathematical Sociology in Japan” in *Contemporary Japanese Sociology* 2 : 111-116.

佐藤嘉倫 2010 “Rational Choice Theory” *Sociopedia*（社会学エンサイクロペディア）

Raub, W. 2017 *Rational Model.* Utrecht University Bookllet.

———. 1984 *Rationale Akteure, institutionelle Regelungen und Interdependenzen.* Frankfurt : Lang.

Raub, W./Th. Voss 1981 *Individuelles Handeln und gesellschaftliche Folgen.* Darmstadt : Luchterhand.

Axelrod, R. 1987 *Die Evolution der Kooperation.* übersetzt und mit einem Nachwort von W. Raub & Th. Voss. Munchen : Oldenbourg.

Voss, Th. 1985 *Rationale Akteure und soziale Institutionen.* München : Oldembourg.

———. 1998 “Vertrauen in modernen Gesellschaftten. Eine spieltheretische Analyse.” in R. Metze/ K. Müler/K.-D. Opp（hrsg.） *Der Transformationsprozesses.* Leipzig : Universitätsverlag. S.91-129.

———. 2001 “Game-theoretical perspectives on the emergence of social norms” in M. Hecter/ K-D. Opp（eds.） *Social Norms.* N.Y. : Rusell Sage. pp. 105-136.

Diekmann, A. 2014 “Die Anderen als sozialer Kontext. Zur Bedeutung strategischer Interaktion.” *Sonderheft der Kölner Zeitschrift. 54 Soziale Kontexte und Soziale Mechanismen*. S.47-66.

———. 2010　“Analytische Soziologie und Rational Choice.” in T. Kron & T. Grund（hrsg.）　*Die Analytische Soziologie in der Diskussion*.　Wiesbaden VS Verlag. S.193-204.

Opp, K-D. 1999　“Contending conceptions of the theory of rational action.”　*Journal of Theoretical Politics* 11： 171-202.

———. 2013　“What is Analytical Sociology？　Strength and weakness of a new sociological research program.”　*Social Science Information* 52（3）： 329-360.

———. 2013　“Rational choice thory, the logic of explanation, middle-range theories and Analytical Sociology： A reply to Gianluca Manzo and Petri Ylikoski.”　*Social Science Information* 52（3）： 394-408.

拙稿 2003 「架橋仮説と社会的生産関数のヒューリステックス —— リンデンバーグによる合理的選択理論の拡張」人間情報学研究 8： 31-62.

拙稿 2013 「ドイツ語圏の合理的選択社会学者群像」人間情報学研究 18： 59-78.

拙稿 1997 「フレーミングを考慮した合理的選択モデル —— プロスペクト理論と弁別モデルの比較」（岩本健良代表科研報告書『社会構造と社会過程のフォーマライゼーション』）, pp. 239-250.

拙稿 2004　リンデンバーグ「コールマンの制度設計の問題点 —— 社会的合理性の無視？」「東北学院大学論集人間・言語・情報」136： 265-288.

Hekathorn, D. 2005　“Lindenberg, Siegwart” in G. Ritzer（ed.）　*Encyclopedia of Social Theory*. vol. 1 pp. 450-452.

Lindenberg, S. 2000　“It takes both trust and lack of mistrust： The workings of cooperation and rational signaling in contractural relationships.”　*Journal of Management and Governance* 4： 11-33.

———. 2001　“Social rationality versus rational egoism” in J. Turner（ed）*Handbook of Sociological Theory*. pp. 635-668.

———. 2001　“Social rationality as a unified model of man（including bounded rationality）”*Journal of Management and Governance* 5： 239-251.

———. 2013　“Social rationality, self-regulation and well-being” in Wittek, R et al.（eds.） pp. 72-112.

———. forthcomming　*Theory of Social Rationality.*　Princeton Univ. Press.

Lindenberg, S./A. Diekmann 2000, 2015　“Cooperation： sociological aspects”　*International Encyclopedia of the Social & Behavioral Science.*

Wittek, R./T. Snijders/V. Nee（eds.）2013　*The Handbook of Rational Choice Social Research.* Stanford Univ. Press.

2001. 10. 19　ライプチヒ

2003. 10. 3　福岡

2005. 3. 10　グローニンゲン

【研究ノート】

夢の中で裁判した戦乱の人たち

金　永　昊

一、はじめに

『三国志演義』の人物は『西漢演義』〈注1〉の人物の生まれ変わりであり、『西漢演義』で恨みを持った人物たちが『三国志演義』の人物に転生して恨みを晴らしているのだとする設定は、中国では古くからあったようである。例えば、元代の歴史小説『新編五代史平話』に収録されている「梁氏平話」〈注2〉を引用すると次の通りである。

> 劉季殺了項羽、立著国号曰漢。只因疑忌功臣、如韓王信、彭越、陳豨之徒、皆不免族滅誅夷。這三個功臣、抱屈銜冤、訴于天帝。天帝可憐見三功臣無辜被戮、令他毎三個托生做三個豪傑出来。韓信去曹家托生、做著個曹操。彭越去孫家托生、做著個孫権。陳豨去那宗室家托生、做著個劉備。這三個分了他的天下。曹操簒奪献帝的、立国号曰魏。劉先主図興復漢室、立国号曰蜀。孫権自興兵荊州、立国号曰呉。三国各有史、道是三国志是也。
> （劉邦は項羽を殺し、国を立て、漢と名付けた。しかし、韓信・彭越・陳豨のような功臣を疑ったため、三人はみな九族まで殺される禍を避けることが出来なかった。この三人の功臣は、冤罪を受けて恨みを抱き、天帝に訴えた。天帝は、罪がないにもかかわらず殺された三人の功臣を見て不憫に思い、三人をそれぞれ豪傑として生まれ変わらせるようにした。つまり、韓信は曹家に生まれ曹操になり、彭越は孫家に生まれ孫権になり、陳豨は劉氏の宗室に生まれ劉備になり、この三人は天下を三分した。曹操は献帝の位を簒奪して、国を立て魏とし、劉備は漢室の興復を図って、国を立て蜀とし、孫権は自ら荊州で兵士を興して、国を立て呉とした。三国はそれぞれ歴史を持ち、それを全て三国志と言う。）

ここでは、韓信・彭越・陳豨の三人は罪がないにもかかわらず殺されたことを恨み、天帝に訴えたこと、そして天帝は三人の訴えを認め、韓信は曹操に、彭越は孫権に、陳豨は劉備に生まれ変わらせ、天下を三分するという内容が記されている。

それが、元末の至治年間（一三二一～一三二三）の『至治新刊全相平話三国志』（以下、『三国志平話』）では、登場人物が原告と被

告になり、裁判が行われるという形式がとられる。また、明末の馮夢龍（一五七四～一六四六）が編纂し、明末に刊行された『古今小説』第三十一巻「鬧陰司司馬貌断獄」では、物語の内容が『三国志平話』より更に複雑になり、〈第一裁判〉から〈第四裁判〉というふうに、『西漢演義』を題材にした裁判四件が体系的に行われ、登場人物たちはやはり、『三国志演義』の人物に転生している。

このような内容は、日本と韓国[注3]においても非常に大きな人気を集めた。日本では都賀庭鐘（一七一八～？）による『英草紙』（一七四九年刊）の第五編「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」で、安徳天皇・源範頼・源義経・畠山重忠ら源平合戦時代の人物が訴訟を起こし、新田義貞・楠正成・足利尊氏のような南北朝時代の人物に転生するというふうに、完全に日本化がはかられた翻案作が生まれた。一方、韓国の場合、朝鮮時代後期における中国白話小説の流行を受け、書写時期未詳の『제마무전（諸馬武伝）』（以下、『諸馬武伝』）の写本群が現れ、[注4]植民地時代に入ると【図１】で紹介するような旧活字本による『몽결초한송（夢決楚漢訟）』（以下、『夢決楚漢訟』）が一九一一年に、そして『교정제마무전（校正諸馬武伝）』（以下、『校正諸馬武伝』）が一九一六年に刊行された。

中国の文学を受け入れる際に、日本と韓国はそれを無条件的に受け入れるのではなく、完全に消化し、抵抗・取捨選択・改変を行ったうえで、影響作や翻案作などを生み出したことは周知のことである。本話に関していえば、各人物の転生の論理・創作意図・判決の内容・歴史認識などを比較し、日韓両国ではいかなる形で独自の世界が構築されたかを究明するのが重要な課題になる。それによって、日韓両国の文化の主体性や特質の一端をうかがうことが出来、そこにはいかなる文化的な背景、あるいは価値観の違いがあったかを明らかにすることが出来るであろう。本研究ノートでは、このような課題を解決するための手掛かりとして、右に紹介した作品たちの訴訟及び判決の内容をまとめることにしたい。

二、『三国志平話』

「平話」とは、宋・元代の盛り場で講釈師が聴衆に語った歴史物を書物化したもので、二階堂善弘・中川諭訳注『三国志平話』（光栄、一九九九）によれば、「『三国志平話』は、中国における一大歴史小説『三国志演義』が成立するための、一つの原型として位置づけることができる」そうである。『三国志平話』は、本筋の物語に入る前に、巻之上で司馬仲相が冥界で裁判を行った話が入っているが、その内容を表でまとめると次の通りである。[注5]

①登場人物の訴訟及び判決内容

原告		被告		原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
人物	転生	人物	転生			
韓信	曹操	劉邦 呂氏	献帝 伏皇后	大功がありながら、無実の罪を着せられ、劉邦に殺されたこと。	劉邦は、呂氏が自分に代わって政務に当たっていたため、知らないことだとする。 呂氏は、劉邦から三人を騙して殺すよう指示があったとする。	劉邦が功臣に背いたことは明白であることを認め、韓信・彭越・英布の三人に漢の天下を与えることにする。
彭越	劉備			漢の設立に力を尽くしたが、自分を用いず殺し、呂氏はその身を切り刻んで諸侯に食べさせたこと。		
英布	孫権			漢の創設に協力したが、劉邦は陰謀を巡らせ、自分を殺したこと。		

②裁判の過程で登場した人物と判決

人物	転生	陳述内容
蒯通	諸葛孔明	呂氏の弁解の証人として呼び出される。咎は劉邦にあるとの詩を詠む。

③主人公についての判決

人物	転生	判決内容
司馬仲相	司馬仲達	司馬仲達は三国を併せ、天下を統一する者になる。

右の表を見ると、『新編五代史平話』では彭越が孫権に、陳豨が劉備に転生するのに対して、『三国志平話』では劉備に転生するのは彭越で、孫権に転生するのは英布になっている。さらに、諸葛孔明に転生する人物として蒯通が新たに設定されていることが分かる。

三、『古今小説』第三十一巻「鬧陰司司馬貌断獄」

『三国志平話』では、『西漢演義』の人物としては韓信・彭越・英布・劉邦など、『三国志演義』の人物としては曹操・劉備・孫権・諸葛孔明が一応登場するが、これだけでは物語の構成において物足りないと考えたのか、馮夢龍は「鬧陰司司馬貌断獄」では『西漢演義』と『三国志演義』でそれぞれ二十二人ずつの人物を登場させている。それでは、「鬧陰司司馬貌断獄」のあらすじを紹介すると次の通りである。

東漢の時代、蜀郡の書生司馬貌は、聡明で優れた学識を持っていたが、五十歳まで官職に就くことが出来なかった。ある時、自分の不遇を嘆く漢詩を書き、それを燃やして寝たところ、夢

で数人の鬼卒が現れ、司馬貌を閻魔王の所へ引き立てて行った。実は、玉帝は詩を読んで、司馬貌を一晩閻魔の位に就かせ、滞った案件を処理させようとしたのであった。司馬貌は、楚と漢の訴訟四件を裁判し、それぞれ三国時代の人々に転生させる。その見事な判決ぶりに閻魔と玉帝は感心し、司馬貌を司馬懿仲達に転生させる。司馬貌は目が覚め、妻に冥府での出来事を語り、来世でも妻と夫婦になることを話して死ぬ。すると、妻も司馬貌の葬儀が終わった後に世を去る。

右の梗概において最も記述の中心が置かれているのは、傍線を引いた司馬貌の裁判の内容である。そして、裁判の基本的な方針は、「恩将には恩で報い、仇将には仇で報い、少しも誤ることはない（恩将恩報、仇将仇報、分毫不錯）」[注6] ということだが、それがどのような論理で実現されているのかが、作品を理解するうえで最も重要なポイントになるところである。

それでは、〈第一裁判〉から〈第四裁判〉までの内容をまとめると次の通りである。

①登場人物の訴訟及び判決内容

〈第一裁判〉

- 件名：罪のない忠臣を殺した件
- 原告：韓信・彭越・英布
- 被告：劉邦・呂氏

<table>
<tr><th colspan="2">原告</th><th colspan="2">被告</th><th rowspan="2">原告の訴訟内容</th><th rowspan="2">被告の弁解内容</th><th rowspan="2">判決内容</th></tr>
<tr><th>人物</th><th>転生</th><th>人物</th><th>転生</th></tr>
<tr><td rowspan="2">韓信</td><td rowspan="2">曹操</td><td>劉邦</td><td>献帝</td><td>大きな功績を挙げたにもかかわらず、自分の爵位を落としたこと。</td><td></td><td>韓信の功績と忠が認められ、漢に背く意図はないとされる。咎は劉邦にあるとし、献帝は一生曹操に苦しめられる。</td></tr>
<tr><td>蕭何</td><td>楊修</td><td>蕭何は自分を推薦したにもかかわらず、殺害したこと。</td><td>劉邦が心変わりし、韓信を殺せという呂氏の命令に従っただけ。</td><td>楊修は抜群に聡明で、曹操の主簿として大きな俸禄を得るが、曹操の秘密の謀（鶏肋）を見破ったため、殺される。</td></tr>
</table>

原告（人物）	原告（転生）	被告（人物）	被告（転生）	原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
韓信	曹操	蒯通	諸葛孔明	途中で逃げ出し、軍師の職を全うしなかったこと。	劉邦は今後韓信を疑うであろうと察したため、楚と連合して天下を三分するよう勧めたが、韓信が聞き入れなかった。	韓信の訴えは認められない。蒯通は並外れた知恵者であるため、諸葛孔明に転生し、劉備の軍師として共に国を立てる。
韓信	曹操	許負	龐統	蒯通の忠告を聞かなかったのは、七十二歳の寿命を全うするとの許負の占いがあったためで、許負の占いが間違っていたこと。	寿命を縮めた四つの振る舞いがあり、陰徳を損なったため、計算が不正確になった。	龐統は劉備に仕えるが、韓信と同じ年齢で死に、前世での占いが不正確だった報いを受ける。
韓信	曹操	呂氏	伏皇后	蕭何と謀って、裏切りの濡れ衣を着せ、三族を皆殺しにしたこと。		曹操は伏皇后を苦しめ、殺すことにより、呂氏が韓信を殺した仇に報いる。
彭越	劉備	呂氏	伏皇后	淫乱な呂氏の要求に応じなかったため殺された。体は醤漬けになって諸侯に送られ、自分は謀反の濡れ衣を着せられたこと。	世の中には男が女に戯れることはあっても、女が男に戯れることはない。彭越が自分に手を出したため殺した。	彭越の忠心が認められ、呂氏の話は嘘であるとする。劉備は蜀帝になって天下を三分し、多くの人々に仁と義を称えられる。
英布	孫権	呂氏	伏皇后	謀反を起そうとしたことはなく、呂氏から彭越の肉醤が届いたことに怒り、使者を殺したため、呂氏から殺されたこと。		英布の主張が認められる。孫権は、呉帝になって江東に台頭し、一国の富貴を享受する。

〈第二裁判〉

●件名：恩を仇で返した件

●原告：丁公

●被告：劉邦

原告（人物）	原告（転生）	被告（人物）	被告（転生）	原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
丁公	周瑜	劉邦	献帝	劉邦を包囲した時、天下を均分するという甘言を信じて命を助けてあげたが、後に劉邦に殺されたこと。	臣として主君に不忠なる者を戒めるため。	周瑜は、孫権のもとで将軍になるが、諸葛孔明に対する憤りのあまり、三十五歳で死んでしまう。したがって、前世では項羽に仕え通すことが出来ず、来世でも孫権に仕え通すことが出来ない。
				紀信は忠臣なのに爵を一つも与えなかったのは不義である。不忠の項伯、項羽の将軍雍歯を諸侯に封じたのはなぜか。		

〈第三裁判〉

●件名：権を専らにして位を奪った件

●原告：戚氏

●被告：呂氏

原告		被告		原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
人物	転生	人物	転生			
戚氏	甘夫人	呂氏	伏皇后	劉邦から寵愛を受け、息子を太子に立てると約束された。しかし、劉邦の死後、息子の如意は毒酒を飲まされ死に、自分は残酷な刑罰を受けて死んだこと。		戚氏は甘夫人に転生し、劉備の正室になる。彭越と夫婦になれば、呂氏は妬まないだろう。

〈第四裁判〉

●件名：人を死に追いやった件

●原告：項羽

●被告：王翳・楊喜・夏広・呂馬童・呂勝・楊武

原告		被告		原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
人物	転生	人物	転生			
項羽	関羽	夏広	孔秀	垓下の戦いで敗れ逃げて行く際、わざと誤った道を教えたこと。		関羽は、劉備と桃園で義を結んで、共に国の基を築く。項羽は秦王の子嬰を殺し、咸陽を焼き払ったため、関羽は無残な死に方をする。しかし、項羽は太后を殺さず、呂氏を汚さず、酒席でひそかに人の命を狙うようなことはしなかった三徳により、来生でも義勇剛直で、死んでから神となる。 六将は、何ら戦功はないことを認める。来生では、みな曹操の部下として転生し、要衝の守りに就くが、関羽の五関突破の際に首を斬られ、前世での項羽の恨みを晴らせるようにする。
		楊武	秦琪	項羽が自害すると、その死体を分け合ってそれぞれ自分の手柄と申し出たこと。		
		呂勝	韓福			
		呂馬童	蔡陽			
		楊喜	卞喜			
		王翳	王植			

②裁判の過程で登場した人物と判決

人物	転生	判決内容
樊噲	張飛	張飛は劉備の部下になる。しかし、前世で樊噲は、妻呂嬃が呂氏を助けて残虐な振る舞いをするのを放置したため、妻の罪に連座し、張飛は無残な死に方をする。樊噲は、生前に忠勇で、人に媚びへつらわなかったため、来生でも義勇剛直で、死んでから神となる。
紀信	趙子龍	劉邦に忠を尽くしたにもかかわらず、一日の富貴も享受していないため、来生では西蜀の名将となる。
如意	劉禅	来生でも戚氏の息子になり、位を継いで四十二年間の富貴を享受して、前世の苦しみを埋め合わせる。
項伯	顔良	項伯は、項羽に背いて劉邦に向かい、富貴を企んだため、項羽にとっては罪人である。来世では関羽によって斬られ、前世の項羽の恨みを晴らす。
雍歯	文醜	仇の封爵を受けたため、項羽にとっては罪人である。来世では関羽によって斬られ、前世の項羽の恨みを晴らす。

③主人公についての判決

人物	転生	判決内容
司馬貌	司馬懿	来世では王侯の位を賜わり、一生将軍と宰相を務める。位を子々孫々に伝え、三国を併呑して、国号を晋とする。曹操は君を欺き、后を殺したが、これは人の手本としてはいけないため、曹操の子孫は司馬懿に苦しめられる。

四、『英草紙』第五編「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」

続いて、「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」のあらすじを紹介すると次の通りである。

弘安年間、後宇多天皇の時代のことである。紀任重は聡明で優れた学識を持っていたが、五十歳を過ぎても官職に就くことが出来なかった。ある時、自分の不遇を嘆く和歌と漢詩を書き、それを燃やして寝たところ、夢で数人の鬼卒が現れ、紀任重を閻魔王の所へ引き立てて行った。実は、玉帝は詩を読んで、紀任重を一晩閻魔の位に就かせ、滞った案件を処理することを命じたのであった。紀任重は、源平の争乱の訴訟三件を裁判し、それぞれ南北朝時代の人々に転生させる。その見事な判決ぶりに閻魔と玉帝は感心し、紀任重を脇屋義介に転生させる。紀任重は目が覚め、隣の老翁を呼んで冥途での裁判のことを語り、その後、死んでしまう。隣の老翁は気の毒だと思い、その死骸を近くの林の中に葬った。

右のあらすじを見ると、聡明で優れた学識を持っていたが、五十歳を過ぎても官職に就くことが出来なかったという紀任重の人物設定、夢で閻魔王の所に引き立てられたこと及びその理由、冥途での裁判、玉帝が任重の見事な判決ぶりに感心する点、任重の転生など、

話の骨格は原話とほぼ同じである一方、時代を弘安年間後宇多天皇の時代にしている点、主人公を紀任重という日本人に設定した点において、見事に日本化がはかられた作品であるといえよう。その中で、傍線を引いたところが本話の最も重要なところで、〈第一裁判〉から〈第三裁判〉までが原話の体裁に倣って行われている。

それでは、各裁判及び判決内容について確認してみよう。

①登場人物の訴訟及び判決内容

〈第一裁判〉

- 件名：幼児を騙して、入水死に至らせた件
- 原告：養和時代の幼年天子　言仁（安徳天皇）
- 被告：平清盛の妻　二位尼

原告		被告		原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
人物	転生	人物	転生			
安徳天皇	阿野廉子	二位尼	西園寺実兼の娘	自分の母は平氏であっても、自分は帝位に就いているため、敵軍に渡されても殺されないはずだった。しかし、二位尼が分別のない自分を連れて、一緒に海に身を投げたこと。 自分の母建礼門院が、悪人清盛の娘だとして嫌われたこと、そして、母が兄宗盛と密通して自分を産んだという噂が広がったこと。		安徳天皇の訴えが認められ、二位尼は安徳天皇が実は女の子だったことを隠すために、一緒に入水したとする。来世では、南朝の天子の母になる。 二位尼は、来世では后になるはずだが、帝の寵愛を廉子に奪われ、帝に会うことも出来ない。

〈第二裁判〉

●件名：功績を挙げたにもかかわらず、兄弟を死に至らせた件

●原告：源範頼、源義経

●被告：源頼朝、大江広元

原告 人物	原告 転生	被告 人物	被告 転生	原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
源範頼	楠正成	源頼朝	護良親王	義経とともに平氏を滅亡させ、大きな功績を挙げたが、結局追放され、無念のままに死んでしまったこと。		範頼は義経を恨み妬んだため、来世では新田義貞の下でその命令に従うのみで、才能を発揮出来ない。
源義経	新田義貞	源頼朝	護良親王	壇ノ浦の戦いで平氏を破るなど、大きな功績を挙げたが、大江広元らの讒言により、兄頼朝は土佐房正俊を送り自分を殺そうとしたこと。その後、自分は散々苦労をしたあげく、衣河の館で自害したこと。		源氏の再興には義経の功績があったことを認め、来世は鎌倉幕府を倒し、天下を二分する勢力を持つ。頼朝は度量が狭く、残忍だった応報により、来世では直義の命令で淵辺によって首を斬られる。
源義経	新田義貞	江田源三	足利直義	平氏が滅亡した後、義経のもとから途中で逃げ出したこと。	畠山重忠と親交を結び、梶原景時には全てのことを相談し、頼朝から嫌われないようにし、後白河院に頼るよう助言したが、義経は聞かなかったため。	江田源三の智恵と軍術が認められ、来世では足利尊氏の弟直義に転生する。兄と力を合わせて高師直を討つ。
源義経	新田義貞	吉岡鬼一	高師直	自分が江田源三の忠告を聞かなかったのは、七十一歳の寿命を全うするとの吉岡鬼一法眼の占いがあったため。	寿命を縮めた四つの振る舞いがあり、陰徳を損なったため、計算が不正確になった。	吉岡鬼一の占いが不正確だった罪を認め、その報いとして来世では足利の執権役になるが、四十一歳で殺される。
源義経	新田義貞	大江広元	赤松円心	頼朝の師であり、儒教の学問を究めたにもかかわらず、義経兄弟の仲を裂いたこと。	主人たる頼朝と天下のための方策だった。義経は権威をほしいままにし、兄頼朝の気を悪くさせた。	大江広元は頼朝に道理に則った正道を教えなかったとする。来世では、楠に次いで功績はあるが、領地は少ない。

〈第三裁判〉

●件名：功績のあった臣下を嫌い、一家断絶させた件

●原告：畠山重忠

●被告：北条時政、北条政子

原告		被告		原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
人物	転生	人物	転生			
畠山重忠	足利尊氏	北条時政	北条高時			時政は前世に功績のある臣下を謀殺した報いとして、来世では鎌倉幕府を受け継ぐも一族みな滅亡する。
		北条政子	北畠師親の娘（民部卿の局）	淫乱な政子の要求に応じなかったところ、政子は時政の後妻牧の方と共謀し、自分が謀反を起そうとすると讒言したため、親子共に滅ぼされたこと。	世の中には女のほうから先に男に戯れることはない。重忠が自分に淫らな心を起こしたので叱ったところ、彼が逃げたため、他のことにかこつけて罪を罰した。	重忠の「忠心」が認められ、政子の言葉は嘘であるとする。重忠の滅亡は北条家の謀略のためであるとし、来世には北条家と親類関係になるが、機会を掴んで朝廷軍に加わって新田と天下を両分し、更に天下を統一して将軍職に就く。 政子は、北畠師親の娘に転生し、一度は後醍醐天皇の寵愛を受けるが、息子護良親王が直義に殺された後は、悲しみの中で亡くなり、前世で重忠を殺した報いを受ける。
				自分は広い領地と豪華な家、美食美衣の生活をし、奥向きには美女がたくさんいるため、政子のような年増の女に手を出すはずがない。政子は頼朝と密通をするなど、貞操堅固でない女である。		

②主人公についての判決

人物	転生	判決内容
紀任重	脇屋義介	新田義貞の弟として、南朝の土台をなす臣となる。希望は叶えられても、苦労が多いため、良い報いとは言えない。

右の表を見ると、源義経らを裁く〈第二裁判〉が話の中心になっており、義経の寿命についての尋問を見ると、庭鐘は義経を原作の韓信に、江田源三を蒯通に、吉岡鬼一を許負に対応させていることが分かる。また、〈第三裁判〉で、女のほうから先に男に戯れることがないという内容の尋問から、畠山重忠を彭越に、北条政子を呂氏に対応させていることが分かる。そして、これらの人物の転生にあたってどのような論理が反映され、庭鐘のいかなる思想や歴史観などが見出せるかが、作品を読み解くうえで最も重要なところである。

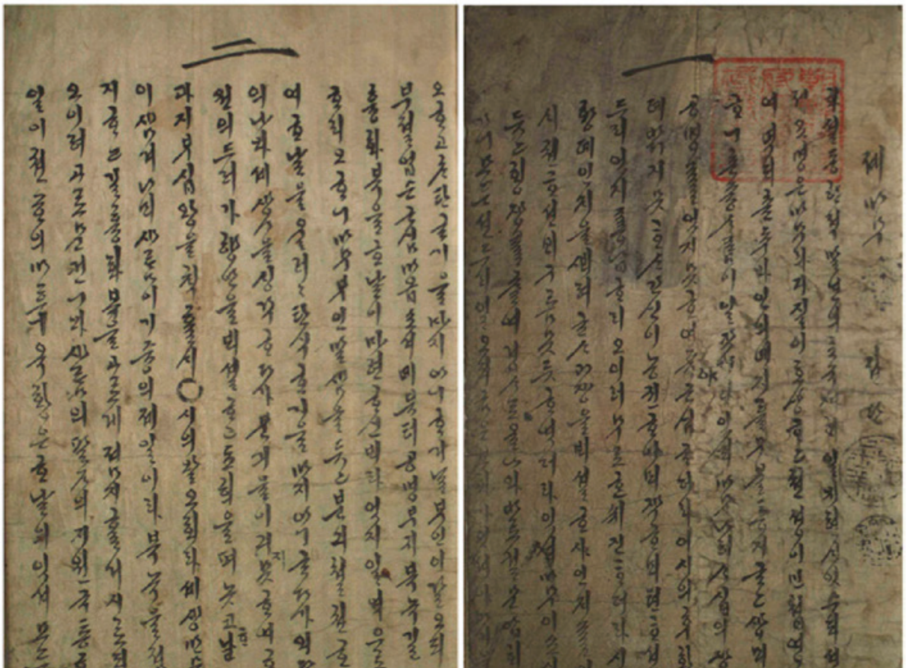
ここで注目すべきところは、任重は「決断明白、恩は恩を以て報ひ、仇は仇を以て報」いると、原作の「恩将には恩で報い、仇将には仇で報い、少しも誤ることはない」という裁判の方針を忠実に受け継いでいるにもかかわらず、転生した人物たちは前世での恨みを復讐する関係になっていない点である。例えば、源義経と範頼は、兄頼朝を訴えるのだが、任重の判決によって彼らが転生した新田義貞・楠正成・護良親王は、南朝において同盟関係を結ぶ。これについては三宅正彦氏に詳論があり、氏は「初期読本作家・都賀庭鐘の思想―「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」の分析をつうじて―」（『大阪城南女子短期大学研究紀要』第一号、一九六六）で、「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」では「対立関係の設定が不明確になっている」ことを指摘し、その理由として「革命思想自体が、庭鐘の受容することのできないもの」であり、「鬧」で、転生の基準になるのは、生前の功労であるが、「紀」では、道徳性である」と述べられている。右の指摘は、今後の研究の方向性を示唆するものとして注目すべき見解であるといえよう。

五、『몽결초한송（夢決楚漢訟）』

閔寛東・張守連・劉僖俊『韓国所蔵中国古典小説の版本目録』（学古房、二〇一三）によると、韓国には一〇九種の『三国志演義』が現存するという。これは中国古典小説のうち最も多く、その次が『西漢演義』で四十九種、『西遊記』が十五種、『水滸伝』が十二種であるという。また、閔寛東・金明信『朝鮮時代中国古典小説の出版本と翻訳本研究』（学古房、二〇一三）によると、朝鮮時代に翻訳された中国古典小説として、文言小説は『列女伝』『剪灯新話』など十二種、白話小説は六十種があり、そのうち『三国志演義』の翻訳本が最も多いという。その次が『西漢演義』『西遊記』『水滸伝』『列国志』の順で、ほとんどが朝鮮時代後期に翻訳されたと述べている。このように、現存本及び翻訳本の数からも、朝鮮時代後期は『三国志演義』と『西漢演義』が大変大きな人気を博しており、両作品の内容を下敷きにした「鬧陰司司馬貌断獄」の影響作が生まれるための条件は充分に整っていたと言えよう。

韓国の文学史において、ハングルは十五世紀に創製されたため、自国語文学の草創の時期およびその展開の流れは日本より遅い。例えば、日本では平安時代に宮中女流文学が発達したが、韓国の場合、ハングルが作られても知識人男性の文学は漢詩文が中心となり、ハングルは「諺文」として軽視された。これは日本で知識人男性は漢字を「真名」とし、女性は「仮名」を使ったものと似たような現象で、したがって韓国での宮中女流文学の発達は朝鮮時代後期になって行われる。また、日本では仮名草子が十七世紀に全盛期を迎えるが、韓国では二十世紀を前後にようやくハングルが市民権を得るよ

【図1】ソウル大学中央図書館所蔵本『夢決楚漢訟』（一九二五年刊本）。旧活字本による印刷。



【図2】韓国国立中央図書館所蔵本『諸馬武伝』（写本）。上段の漢数字は、本書が貸本屋で流布したことを示す。

うになる。そして、識字率が上がり、庶民を対象にした読み物の需要が爆発的に増加するという日本の仮名草子のような時代も、二十世紀前後になって訪れる。このような状況の中で、作品の素材になったものの一つが、中国短編白話小説であった〈注7〉。

韓国に流入した中国短編白話小説は、三言二拍に限って言えば、『醒世恒言』『今古奇観』は伝本が残っており、『警世通言』は文献としての記録はあるものの伝本はない。韓国梨花女子大学には『拍案驚異奇』という上海鋳記書局で一九一二年に刊行されたものがあるが、その内容は『拍案驚奇』とは異なる。それが二十世紀前後になって、〈注7〉で挙げたように、『今古奇観』を中心にした多くの写本・刊本・旧活字本・新聞連載による翻訳・翻案・影響作が生まれるようになる。

本稿で紹介する『夢決楚漢訟』の場合、おそらく朝鮮時代後期に書かれたと推定される『제마무전（諸馬武伝）』の写本群と刊本群〈注8〉が韓国国立中央図書館、日本東洋文庫、韓国檀国大学図書館、フランス東洋言語文化学校などに所蔵されている。そして、これらの写本・刊本群を校勘して、一九一六年には朝鮮図書から『校正諸馬武伝』が刊行され、一九二三年まで三回にわたって刊行された。

更に、『校正諸馬武伝』が出される前から、『夢決楚漢訟』というほぼ同じ内容を持つ異本が新旧書林から一九一一年・一九一四年（二回）・一九一七年・一九一九年・一九二二年・一九二三年、朝鮮図書に出版社を変えて一九二五年、滙東書館から一九二五年、一九六一年に刊行されており、本書は朝鮮時代末期から植民地時代を経て近現代に至るまで非常に大きな人気を集めた作品といえる。

それでは、『夢決楚漢訟』のあらすじを紹介すると次の通りである。

東漢の時代、寿春の書生諸馬武は、聡明で優れた学識を持っていたが、四十歳を過ぎても官職に就くことが出来なかった。ある時、自分の不遇を嘆く文章を書き、それを燃やして寝たところ、夢で閻魔王の所に引き立てられる。実は、玉帝は諸馬武の文章を読んで呼び出したのであり、諸馬武は一晩閻魔の位に就いて四〇〇年間の間滞った案件を処理することになる。諸馬武は、楚と漢の訴訟に判決を下し、それぞれ三国時代の人々に転生させた。その見事な判決ぶりに閻魔は感心し、諸馬武を司馬炎に転生させる。諸馬武は目を覚まし、妻には冥府で大訟に判決を下したことを話した。諸馬武夫婦は八十歳になるまで富栄えた。

右に紹介したあらすじを見ると、細部の違いはあるものの、話の骨格は原作の「鬧陰司司馬貌断獄」から取っていることが分かる。そして、傍線を引いた諸馬武の判決内容が物語の中で最も重要な部分を占めている。

では、『夢決楚漢訟』での訴訟及び判決内容を表でまとめると次の通りである。

①登場人物の訴訟及び判決内容

原告 人物	原告 転生	被告 人物	被告 転生	原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
劉邦	献帝	英布 彭越 韓信	呂布 劉備 曹操	天下統一の後、各将軍の功績に対し多大な俸禄を与えたにもかかわらず、臣下としての道を弁えず、謀反の心を起こし、誅せられた後にも訴訟を起こしたこと。		
酈食其	周瑜	韓信	曹操	すでに斉は降伏していたにもかかわらず、韓信が斉を攻撃したため、斉王に煮殺されたこと。		酈食其の功績と訴えが認められる。来世では、赤壁の戦いで曹操の軍を破る。
樵夫	諸葛孔明	韓信	曹操	韓信に道を教えてあげたにもかかわらず、殺されたこと。		最も同情すべき存在であるとし、樵夫の訴えを認める。来世では、伊尹・呂尚の才徳、管仲・楽毅の智謀を兼ね備え、天文に通じ、地理を弁え、八門遁甲・風雲変化の術、神出鬼没の才を備える。赤壁の戦いでは曹操の大軍を破り、三国第一の人材になる。
龍且	趙子龍	韓信	曹操	項羽の大将として功績を挙げたが、韓信の奸計に騙され、戦いに敗れ、殺されたこと。		龍且の訴えが認められる。来世では劉備の部下として長坂坡の戦いで曹操の軍隊を破り、黄忠を助ける。
鍾離昧	馬超	韓信	曹操	韓信は劉邦から謀反の疑いをかけられるのを恐れたため、自分を殺したこと。結局、韓信も禍を避けられなかったため、自分は殺される必要がなかったこと。		鍾離昧の訴えが認められる。来世では潼関の戦いで曹操の百万大軍を破り、曹操はやっと命を助かる。そして、劉備を助けて富貴を極める。
韓信	曹操	劉邦	献帝	天下統一の功績を挙げたにもかかわらず、謀反の疑いをかけられ、殺されたこと。		韓信は、「蓋世之功」があったにもかかわらず「王侯之楽」を極めることが出来なかったのは残念であるとする。来世では献帝を苦しめ、伏皇后を殺し、前世での怨念を晴らす。
		呂氏	伏皇后		韓信が謀反を起そうとすることを密告した人がいたため、女の身でありながら国のために韓信を殺した。	呂氏については功臣と戚氏を殺し、政治を乱した罪を認める。来世では献帝の妻になり、曹操の手に殺され、更には宗族が滅ぼされる。

韓信			紀信	周苛	樅公	范増	韓生	義帝	子嬰	陳豨
曹操			潘璋	朱然	馬忠	陸遜	呂蒙	孫権	劉禅	魏延
許負		蕭何	項羽							劉邦
龐統		袁紹	関羽							献帝
長生きするという占いが外れたこと。	蒯通からは劉邦に背くよう忠告を受けたが、漢王は天から授かった者であるため、その話を聞き入れなかった。	自分を推薦したにもかかわらず、蕭何は呂氏と計らって自分を殺したこと。	滎陽の戦いで劉邦に変装し、劉邦軍を脱出させたが、項羽に殺されたこと。	劉邦のために滎陽城を守って戦ったが、項羽に殺されたこと。		全力で項羽を助けたが、陳平の密告により疑いをかけられ、故郷に帰る途中で死んだこと。	項羽が自分の忠言を聞き入れず、陳平の讒言を信じたため、煮殺されたこと。	項羽は劉邦より後に関中を平らげたにもかかわらず、自分の命令を無視し、結局、自分を左遷したこと。そして、英布・呉芮・共敖を送り、自分を殺したこと。	劉邦に降伏したにもかかわらず、その後、項羽に無残にも殺されたこと。	功績を挙げたにもかかわらず、劉邦から謀反の疑いをかけられ殺されたこと。
寿命を縮めた三つの振る舞いがあった。特に、楚の兵士百万を殺したことで陰徳を損ない、二十年が縮まったため、計算が不正確になった。また、蒯通の話を聞き入れなかったことも滅びる原因になった。		功績のある韓信を殺すことは「義」ではないため反対した。しかし、自分も疑われるようになったため、仕方なく韓信を殺した。悪いのは劉邦と呂氏である。								
許負が魏王豹に対して偽って占いをしたため、魏王は韓信に敗れたこと、そして韓信の寿命の占いを間違えた罪を認める。来世では、劉備を助けて四蜀を攻撃する際に、魏王豹の末裔である張任の矢に当たり、三十二歳の時に韓信と同じ年齢で死ぬ。		蕭何は呂氏を戒めず、奸計を用いて韓信とその三族を殺したとする。来世では、曹操との大戦で敗れ、病死し、三人の息子も曹操の手に殺されることで、前世の「無信無義」を戒める。	紀信・周苛・樅公の忠誠と、項羽によって殺された恨みが認められる。来世では、孫権の部下になり、関羽が麦城から西川に逃げる際に関羽を捕え、前世の恨みを晴らす。			范増の訴えが認められ、忠誠が称えられる。来世では孫権の部下になり、関羽を捕え、前世の恨みを晴らす。	韓生の訴えが認められる。来世では孫権を助けて功績を挙げ、関羽を捕えることで怨念を晴らす。	義帝は「仁義」に務めたとされ、項羽に対する訴えが認められる。来世では曹操を破り、関羽を捕え、宿怨を晴らす。そして、三分天下の一つを取り、帝業を極める。	秦王になってから四十六日で劉邦に降伏したが、結局、項羽の手に殺された恨みが認められる。来世では西蜀で四十二年間帝業を極める。	劉邦はよく功臣を殺す人であるとし、陳豨の訴えを認める。来世では、劉備を助けて功績を挙げ、諸葛孔明が出兵する時には先鋒に立つ。

原告 人物	原告 転生	被告 人物	被告 転生	原告の訴訟内容	被告の弁解内容	判決内容
丁公	王朗	劉邦	献帝	劉邦の甘言を信じて殺さずに生かしたが、後に劉邦から殺されたこと。	「私情」を重んじ、王には「不忠」であったため、後世の戒めのために殺した。	命を助けてあげたのに殺されたため、丁公が恨みを持つのも当然であることを認める。来世では、曹操に仕え、献帝を苦しませることにより、怨念を晴らす。
				鴻門の会で劉邦を守った項伯はなぜ殺されず諸侯に封じられ、自分だけが「不忠」と言われるのか。		
虞子期	黄忠			九里山の戦いで敗れ諸将が逃げると、姉の虞美人は自害したため、自分も恨みのあまり自害したこと。		虞子期の忠が認められる。来世では、定軍山の戦いで夏侯淵を殺して曹操を苦しめ、北山の戦いでは軍糧に火をつけるなどの活躍をする。
田横	曹丕			劉邦と同じく王号を持っていたが、劉邦の下に入るのを恥じて自害したこと。		田横は誠なる「義士」であるとし、その死は劉邦によるため、来世では献帝を苦しませ、後には天子の位を奪い、富貴を極める。
周蘭	廖化			九里山の戦いで敗れ、劉邦に侮辱されるのを避け、自ら自害したこと。		周蘭の「忠義」が認められる。来世では甘糜二夫人を助け、関羽の部下として曹操を破って功績を挙げ、諸葛孔明の部下として名を轟かせる。
桓楚	呉班					桓楚の「忠義」が認められる。来世では王植の部下ではあるものの、戦いでは関羽を助ける。後には、諸葛孔明の先鋒に立って魏を攻撃し、功績を挙げる。
彭越	劉備	劉邦	献帝	大きな功績を挙げたが、罪もないのに殺され、体を肉醤にされたこと。呂氏が審食其と私通をしたことからは、彼女の淫欲が深いことが分かる。	彭越は傲慢で「不臣之心」があり、謀反を密告した人がいたため殺した。	彭越は呂氏の讒言により殺されたことが認められる。来世では、関羽・張飛・諸葛孔明と力を合わせ、三分天下の一つを取り、漢の正統を受け継ぐ。
英布	呂布	呂氏	伏皇后	罪のない韓信・彭越を殺し、彭越の体を肉醤にして諸侯に送ったのは「義」ではない。また、謀反の濡れ衣を着せられたため、保身のため起兵したが、結局殺されたこと。		功績を挙げたにもかかわらず殺されたことは同情すべきであるとする。来世では、天下に名を轟かせるような将軍になる。

戚氏	麋夫人	呂氏	伏皇后	劉邦から寵愛を受け、息子を太子に立てると約束されたが、劉邦の死後、息子の如意は毒酒を飲まされ死に、自分は残酷に殺されたこと。		劉邦の甘言を信じたが、呂氏によって無残に殺されたのは同情すべきであるとする。来世では、劉備の妻として皇后になり、その子は皇帝になる。
項羽	関羽	劉邦	献帝	危機に陥っていた劉邦からの甘言に騙され和親を結んだが、劉邦はその約束を覆したこと。		
		呂馬童	卞喜	呂馬童をはじめとした六将[注9]により、自害に追い込まれたこと。		項羽が自害した後に四肢と頭部を分けて自分の手柄にしたのは、「人情」では出来ないこととし、来世では関羽に殺される。
		呂勝	王植			
		楊武	秦琪			
		楊喜	韓福			
		王翳	孔秀			

②裁判の過程で登場した人物と判決

人物	転生	判決内容
項伯	龐徳	項羽の季父であるにもかかわらず、鴻門の会の時には劉邦が殺されるのを阻止し、張良と密通した。そして、九里山の戦いでは、劉邦に降伏し、後には諸侯に封じられた。したがって、来世では、最初は馬超の武将になるが、後には曹操に降伏し、関羽によって殺される。
周殷	于禁	項羽の命令を聞かなかったため、項羽が戦いで負ける原因になった。来世では関羽に破られ降伏し、その後病死する。

人物	転生	判決内容
虞美人	普浄	諸馬武は虞美人の生い立ち、死に至る過程を語り、節操を称える。来世では戒刀で関羽の危機を救うようにする。
于英	甘寧	韓信の計略によって殺されたことが認められる。来世では孫権を助けて曹操を苦しませ、多くの功績を挙げる。
烏江の亭長	周倉	項羽に川を渡るように勧めた真心が褒め称えられる。来世では関羽に従い、功績を挙げる。

人物	転生	判決内容
蒯通	徐庶	韓信が蒯通の忠告を聞き入れなかったのは残念なことであるとし、蒯通に罪はないとされる。来世では、劉備の部下として曹操の軍隊を破る。そして、諸葛孔明を劉備に推薦し、大業を成し遂げる手助けをさせる。
樊噲	張飛	鴻門の会で劉邦を救い、戦いでは「功烈」が認められる。来世では、曹操の百万大軍を破り、劉備が漢中を手に入れ、帝業を成し遂げるのを助ける。
周勃	費禕	功績が認められ、来世では蒋琬の後を継いで漢室を助ける。
灌嬰	曹仁	劉邦の部下として、項羽を苦しめたため、来世では曹操の部下曹仁に転生し、戦いでは関羽に破られる。
夏侯嬰	姜維	「知人之感」があるため韓信を推薦し、太子盈を三回も救った「忠誠」が認められる。来世では、諸葛孔明の後を継いで中原を九回征伐し、威名を三国に轟かす。
王陵	蒋琬	劉邦のために太公を救い、多くの功績を挙げたことが認められる。来世では諸葛孔明の後を継いで蜀を守る。
曹参	馬岱	劉邦を助けて功績を挙げたことが認められる。来世では劉備を助けて、名を残す。
陳平	楊修	劉邦から多くの禄をもらったにもかかわらず、賄賂をもらうなど清廉ではなかったとされる。また、呂氏と私通したのは「倫常の罪人」であるとし、韓信を讒言した罪が認められる。来世では曹操の主簿にはなるものの少しだけ聡明で才知があり、「鶏肋」という曹操の秘密の謀を漏らしたため、曹操に殺される。

人物	転生	判決内容
李左車	顔良	項羽に偽って降参して九里山に誘引し、項羽を滅ぼしたため、項羽に恨まれて当然であることを認める。来世では袁紹の先鋒に立つが、白馬津の戦いで関羽によって殺される。
田夫	文醜	民間の農夫であるため楚漢の戦いには全く関係がない身であり、また、楚の百姓として項羽に道を間違えて教えたことを認める。したがって、来世では袁紹の先鋒に立つが、白馬津の戦いで関羽によって殺される。
劉邦	献帝	劉邦は三綱の倫理を弁えていないと非難される。項羽が太公を煮殺そうとすると、劉邦が「一杯の煮込み汁を分けてくれ」と言ったのは「父子の倫」を絶ったものである。また、妻呂氏がいるにもかかわらず、戚氏を求め、その子如意を太子にさせようとするも失敗し、結局戚氏が呂氏によって殺されたのは、「夫婦の倫」を絶ったものである。また、韓信・彭越・英布のような功臣を殺したのは、「君臣の倫」を絶ったものである。義帝のために葬式を行ったのは、董公の言葉を聞いてから、「義」にかこつけて行ったもので、もし、義帝が生きていたならば、義帝の下に入ることはなかったであろうとする。来世では献帝に転生し、天子ではあるものの力はなく、曹操から苦しめられた後、曹丕に天子の位を奪われる。
如意	華歆	曹操が伏皇后を探す際に、華歆は壁の中に隠れていた伏皇后を引きずり出し、苦しませることによって、前世での怨恨を晴らす。
三老董公	司馬徽	項羽が義帝を殺すのを見て「忠憤之心」を起し、劉邦を説得して義帝を発喪し、項羽を攻撃するように勧めたのは、「君臣の大義」を明らかにしたものである。来世では、道徳が高く、知識が優れ、諸葛孔明と龐統を劉備に推薦し、三分天下の大業を成し遂げるようにする。

人物	転生	判決内容
項羽	関羽	大王は英雄であることを称える。鴻門の会の時に劉邦を殺さなかったのは、「人君の道」を弁えたからである。また、太公と呂氏を三年間軍中に置きながら殺さなかったのは「仁人君子」の心であり、太公を煮殺そうとしたが、劉邦と兄弟を結んだ話を聞いて煮殺すのを止めたのは、昔の「情」を忘れていないためである。呂氏が審食其と密通をしているうちに、呂氏を一度も犯さなかったのは、常人なら出来ないことである。亭長が勧めたにもかかわらず烏江を渡らなかったのは「烈丈夫」である。ただ、義帝を殺したことにより、劉邦がこれを口実に大王を裏切り、天下を失うことになったのは残念である。秦王子嬰を殺し、始皇帝の墓を暴いたのは、先祖の怨念を晴らしたことになるため、充分な名分があってのことである。一方で、韓信と李左車の計略によって命を失ったのは恨むべきことである。来世では多くの戦いで大きな功績を挙げ、死んでも千秋万歳に香火を受け、帝号を追尊される。
季布	王平	最初は項羽の部下として功績を挙げ、後は劉邦に仕える。来世では、勇猛と知恵が優れ、諸葛孔明に従って多くの功績を挙げる。
張良	黄承彦	張良の忠誠が認められる。項羽を破るまでの過程が語られ、来世では娘を諸葛孔明と結婚させ、漢室を助ける。道徳が高く、山中に身を隠し、三国の勝敗を眺めた後、神仙になる。

③主人公についての判決

人物	転生	判決内容
諸馬武	司馬炎	三国を統一して国号を晋とし、「治国安民」の政治を行う。

　右に提示した表を見ると、まず、目につくのは「鬧陰司司馬貌断獄」と「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」のように〈第一裁判〉〈第二裁判〉のような形式になっておらず、次から次へと人が呼び出され、訴えた後に判決を受ける形になっていることである。

　次に、原作と比較した時、『夢決楚漢訟』に登場する人物の数が多いことも指摘出来る。『夢決楚漢訟』では『西漢演義』の張良・范増・虞美人・酈食其・鐘離昧など、『三国志演義』の呂布・馬超・黄忠などの人物を加え、合計五十人が判決を受けることになり、「鬧陰司司馬貌断獄」の二倍を超える人物が登場し、一層豊かな物語になっている。

　その中で、特に注目すべきところは、『夢決楚漢訟』では韓信の過ちも認めている点、劉邦より項羽のほうを高く評価している点など、原作の「鬧陰司司馬貌断獄」とは異なる歴史認識が認められる。その他、原作より徹底的に前世での怨念を晴らすことに焦点が当てられている点、原作の矛盾を解消し、全体的な辻褄を合わせた点などが見受けられる。これらの点については更に多くの紙幅を費やして検討していかなければならないので、詳細な議論は別稿を期したい。

六、おわりに

　『三国志演義』の人物は、実は『西漢演義』の人物の生まれ変わりであり、『西漢演義』での怨念を『三国志演義』で晴らすという話は、中国において端を発し、日本と韓国においても大変大きな人

気を博していた。本稿では、中国における『新編五代史平話』「梁氏平話」、『三国志平話』、『古今小説』第三十一巻「鬧陰司司馬貌断獄」に至る系譜を整理した。そして、日本における「鬧陰司司馬貌断獄」の翻案作『英草紙』第五編「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」、そして韓国における影響作『夢決楚漢訟』について検討し、各作品における登場人物の訴訟及び判決内容についてまとめた。

近年の比較研究は、自国の作品がどれだけ優秀なのかということを明らかにするための研究が主流をなしているように思われる。仮にそれが他国の作品について十分な研究をした後に下された判断であるならば問題とはならないが、残念ながら他国の作品の長所について看過したり、自国の作品や文化的背景を基準にして、他国の作品を評価したりするような傾向がしばしば見受けられる。今後は、「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」と『夢決楚漢訟』が持つ魅力や特徴について、両者の文学史・文化史的な背景を理解したうえで、客観的な観点からの研究が行われる必要があると思われる。

【注】

〈注1〉楚漢の戦乱を素材とした物語については、『西漢演義』『漢楚軍談』、韓国では『楚漢志』などの複数の言い方で呼ばれているが、本稿では『西漢演義』で統一する。

〈注2〉『新編五代史平話』の本文引用は、《古本小説集成》編委会編『五代史平話』（上海古籍出版社、一九九〇）に収録されている影印本に基づいて、句読点は私に施し、漢字は新字体に直した。

〈注3〉現在の朝鮮半島地域の国と言語について日本ではどのように呼べばよいか、また、朝鮮時代・大韓帝国時代・植民地時代のように時代が経つにつれて、各時代を区別して呼ぶべきかについても様々な議論があり、まだ統一した見解はないようである。筆者は「中国の白話小説は日本と韓国に大きな影響を及ぼした」という文章で、「中国」と「日本」という用語が無批判的に用いられているのに対して、「韓国」「韓国語」という用語のみに厳しい基準を設け、問題視する必要はないと考えている。本稿においては、ある特定の時期について具体的に言及する場合を除き、「韓国」「韓国語」で統一することにするが、これはあくまでも筆者の論考に限るものである。

〈注4〉李民熙『朝鮮のベストセラー——朝鮮後期貸本屋の発達と小説の流行——』（プロネシス、二〇〇七）によると、朝鮮時代に貸本屋が流行し始めたのは十八世紀中期頃で、この時期に人気があったのは中国の演義小説類や朝鮮で創作された英雄小説であったという。そして、現存する最も古い貸本は一八六四年に書写された『南原古詞』で、貸本のほとんどは一八九〇年以降から一九二五年ごろまで約三十五年間にわたって集中的に書写されたものであるという。そして、朝鮮時代後期に貸本屋で流布したのは刊本ではなく、写本が中心であったと述べている。

〈注5〉二階堂善弘・中川諭訳注の前掲書によれば、『三分事略』について、「『三国志平話』とは違う別のテキストに基づいて作られた書物であるかも知れない」と推定している。ここで、劉世徳・陳慶浩・石昌渝主編『三分事略』（『古本小説叢刊』第七輯第一冊、中華書局、一九九〇）の内容を確認したところ、『三国志平話』と同じように司馬仲相が冥界で行った裁判の物語が記されていた。

〈注6〉「鬧陰司司馬貌断獄」の本文訳及び内容のまとめは、柴田清継「『古今小説』巻三十一「鬧陰司司馬貌断獄」訳注」(『火鍋子』第四十二号、翠書房、一九九九)を参考にした。

〈注7〉韓国で翻訳・翻案された短編白話小説の一覧を記せば、次の通りである。本目録は金英花「韓国・日本における明代白話短篇小説の翻訳・翻案様相」(韓国高麗大学大学院修士学位論文、二〇一一)の内容に基づき、若干の修正を加えたものである。筆者は『夢決楚漢訟』と『諸馬武伝』を「鬧陰司司馬貌断獄」の影響による再創作として考えているが、金英花氏は翻案作として分類しているため、左に掲げる表においても一応、翻案作として入れておくことにする。また、写本の場合、ほとんどが書写時期未詳である。

番号	原作	作品名	翻訳・翻案状況 (訳：翻訳、案：翻案、活：旧活字本、写：写本、新：新聞)
1	今1・醒2	三孝廉譲産立高名	〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第二編(新旧書林、一九一八)
2	今2・醒1	両県令競義婚孤女	〈案・活〉『朴文秀伝』第二編(京城書籍、一九二六) 〈案・活〉『鴛鴦図』(東洋書院、一九一一・一九一二・一九一三・一九二三／博文書館、一九二一)
3	今3・古10	滕大尹鬼断家私	〈訳・写〉楽善斎本『今古奇観』第一編「滕大尹鬼断家私」 〈案・写〉『揚隠闡微』第四編「李府使計全皇甫孤」 〈案・活〉『家庭新小説』「行楽図」(東洋書院、一九一二)
4	今4・古9	裴晋公義還原配	〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第四編(新旧書林、一九一八) 〈案・活〉『朴文秀伝』第三編(京城書籍、一九二六)
5	今5・警32	杜十娘怒沈百宝箱	〈案・新〉『大韓毎日申報』連載(一九〇六)
6	今6・警9	李謫仙酔草嚇蛮書	〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第三編(新旧書林、一九一八) 〈訳・活〉『쥬즁긔션리태백실긔』(匯東書館、一九二八)
7	今11・古8	呉保安棄家贖友	〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第六編(新旧書林、一九一八)
8	今12・古7	羊角哀捨命全交	〈訳・活〉『義人の墓』第一話(文昌社、一九二六) 〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第五編(新旧書林、一九一八)
9	今13・古40	沈小霞相会出師表	〈訳・活〉『청텬백일』(博文書館、一九一三)
10	今17・醒11	蘇小妹三難新郎	〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第八編(新旧書林、一九一八)
11	今18・初20	劉元普双生貴子	〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第十編(新旧書林、一九一八) 〈訳・写〉高麗大本『今古奇観』第三編「劉元普伝」

番号	原作	作品名	翻訳・翻案状況（訳：翻訳、案：翻案、活：旧活字本、写：写本、新：新聞）
12	今19・警1	兪伯牙摔琴謝知音	〈訳・写〉『兪伯牙摔琴謝知音』 〈訳・写〉『兪伯牙破琴』 〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第七編（新旧書林、一九一八） 〈案・写〉『사제정록』 〈案・写〉『金魚伝 単』 〈案・写〉『兪伯牙鍾子期琴謝音』
13	今20・警2	荘子休鼓盆成大道	〈訳・写〉高麗大本『今古奇観』第二編「荘子伝」 〈訳・活〉『諺漢文今古奇観』第九編（新旧書林、一九一八）
14	今22・警17	鈍秀才一朝交泰	〈訳・写〉楽善斎本『今古奇観』第二編「鈍秀才一朝交泰」
15	今24・古2	陳御史巧勘金釵鈿	〈案・活〉『金玉録』（東美書市、一九一四・一九一七）
16	今26・醒36	蔡小姐忍辱報仇	〈訳・活〉『月世界』（大昌書院、一九二二） 〈案・活〉『明月亭』（惟一書館、一九一二・一九一八／朝鮮図書、一九二二）
17	今27・醒7	銭秀才錯占鳳凰儔	〈訳・活〉『銭秀才伝』（大昌書院、一九二二） 〈案・活〉『弄仮成真』双新郎』（徳興書林・一九三〇）
18	今31・警5	呂大郎還金完骨肉	〈案・新〉『大韓毎日申報』連載（一九〇九）
19	今32・古27	金玉奴棒打薄情郎	〈訳・写〉高麗大本『今古奇観』第四編「朱買臣伝」（「金玉奴棒打薄情郎」の入話）
20	今35・警34	王嬌鸞百年長恨	〈訳・活〉『百年恨（王嬌鸞記）』（匯東書館、一九一三・一九一七・一九二三・一九二四／京城書籍、一九二六）
21	警11	蘇知県羅衫再合	〈案・活〉『月峯山記』（朝鮮書館、一九一六／惟一書館、一九一七／新旧書林、一九一八・一九二四／京城書籍、一九二六） 〈案・活〉『蘇雲伝』（普成社、一九一八） 〈案・活〉『（古代小説）月峯記』（徳興書林、一九一五） 〈案・活〉『蘇学士伝』（博文書館、一九一七） 〈案・写〉『鳳凰琴』 〈案・写〉『蘇学士伝』 〈案・写〉『月峯記』 〈案・写〉『江陵秋月伝』

22	警24	玉堂春落難逢夫	〈案・活〉『碧芙蓉』（匯東書館、一九一二） 〈案・写〉『王慶龍伝』 〈案・新〉『大韓毎日申報』連載（一九〇六）
23	古31	鬧陰司司馬貌断獄	〈案・活〉『夢決楚漢訟』（新旧書林本、朝鮮図書本、滙東書館本、世昌書館本） 〈案・活〉『校正諸馬武伝』（朝鮮図書） 〈訳・写〉『夢決楚漢訟』 〈訳・写〉『諸馬武伝』など ※詳しいことは本稿の本文中に記しておいた。
24	初17	西山観設輩度亡魂	〈案・新〉『皇城新聞』連載（一九〇五）

〈注8〉郭正植「『諸馬武伝』の成立過程と構成原理」（『新しい国語教育』第七十五号、韓国国語教育学会、二〇〇七）によると、『諸馬武伝』は漢文本一種、ハングル写本十種、ハングル京版本（金注：ソウルで刊行された木版本）七種、ハングル活字本（金注：【図1】のような旧活字本による刊行）十七種があるという。このように多くの異本が存することから、『諸馬武伝』が当時大きな人気を博していたことは分かるが、京版本が七種、活字本が十七種というのは、同一版本も含めて「種」と数えているのではないかと思われ、今後更なる検証が必要である。

〈注9〉『夢決楚漢訟』では六将のうち、夏広についての裁判は記されていない。「鬧陰司司馬貌断獄」での夏広は農夫に変装して、項羽にわざと誤った道を教えた人物であるが、『夢決楚漢訟』ではそれに当たる人物として、田夫を設けて裁いているため、夏広の裁判は不要となってしまったものと考えられる。

〈参考文献〉

池松旭『古代小説　夢決楚漢訟』（新旧書林、一九一四）
編者未詳『古代小説　夢決楚漢訟』（滙東書館、一九二五）
李明九「『夢決楚漢訟』研究—中国話本小説との対比を中心に—」（『成大論文集』第三十三輯、成均館大学校論文集、一九八三）
李民熙『朝鮮のベストセラー—朝鮮後期貸本屋の発達と小説の流行—』（プロネシス、二〇〇七）
郭正植「『諸馬武伝』の成立過程と構成原理」（『新しい国語教育』第七十五号、韓国国語教育学会、二〇〇七）
金英花「韓国・日本における明代白話短篇小説の翻訳・翻案様相」（韓国高麗大学大学院修士学位論文、二〇一一）
柴田清継「『古今小説』巻三十一「鬧陰司司馬貌断獄」訳注」（『火鍋子』第四十二号、翠書房、一九九九）
中村幸彦・高田衛・中村博保校注『英草紙』（『新編日本古典文学全集』第七十八巻、小学館、一九九五）
南宮楔『校正諸馬武伝』（朝鮮図書、一九一六）
二階堂善弘・中川諭訳注『三国志平話』（光栄、一九九九）

馮夢龍編『全像古今小説（下）』（福建人民出版社、一九八〇）
閔寛東・張守連・劉僖俊『韓国所蔵中国古典小説の版本目録』（学古房、二〇一三）
閔寛東・金明信『朝鮮時代中国古典小説の出版本と翻訳本研究』（学古房、二〇一三）
丸井貴史「都賀庭鐘『英草紙』の研究史と展望―『江戸時代に開かれた中国白話小説の世界』解説―」（『上方文藝研究』第十四号、上方文藝研究の会、二〇一七）
三宅正彦「初期読本作家・都賀庭鐘の思想―「紀任重陰司に至り滞獄を断くる話」の分析をつうじて―」（『大阪城南女子短期大学研究紀要』第一号、一九六六）
劉世徳・陳慶浩・石昌渝主編『三分事略』（『古本小説叢刊』第七輯第一冊、中華書局、一九九〇）
《古本小説集成》編委会編『五代史平話』（上海古籍出版社、一九九〇）
韓国国立中央図書館所蔵本『諸馬武伝』（請求記号：한古朝 48-230）

〔付記〕本稿は令和元年度第三十八回和漢比較文学会大会（於：上智大学）のシンポジウムにおける口頭発表に基づく。発表の前後にご教示やご意見を下さった丸井貴史、金木利憲、長尾直茂の各氏に深謝致します。なお、本稿はＪＳＰＳ科研費、基盤研究Ｃ「日韓両国における中国短編白話小説の受容様相比較研究」（18K00510）の助成を受けた成果の一部である。

「東北学院大学教養学部の歩み (2008 年 10 月～ 2019 年 3 月)」,『東北学院大学教養学部論集』第 182 号の正誤表 :

	誤	正
p. 95　2013（平成 25）年 :	松本宣夫学長就任	松本宣郎学長就任
p. 95　2014（平成 26）年 :	松本宣夫理事長就任	松本宣郎理事長就任

東北学院大学教養学部論集　第185号

2020年3月2日　印刷
2020年3月5日　発行

（非売品）

編集兼発行人　平　吹　喜　彦
印　刷　者　笹　氣　義　幸
印　刷　所　笹氣出版印刷株式会社
発　行　所　東北学院大学学術研究会
〒980-8511
仙台市青葉区土樋一丁目3番1号
（東北学院大学内）

FACULTY
OF
LIBERAL ARTS REVIEW
TOHOKU GAKUIN UNIVERSITY

No. 185 March, 2020

CONTENTS

The Research Association Tohoku Gakuin University
Sendai Japan